Capitolo 6

Flussi compressibili non viscosi

6.1 Generalità

Abbiamo già visto al Cap. 1.3 le relazioni termodinamiche e le definizioni di quantità quali calori specifici, compressibilità, velocità del suono, numero di Mach. Alcune vengono riassunte qui di seguito per comodità:

$$c = \sqrt{\gamma RT} \qquad (6.1)$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S$$

$$Ma = \frac{u_\infty}{c} \qquad (6.2)$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)} \quad ; \qquad c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \qquad (6.3)$$

Inoltre per trasformazioni isentropiche:

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \cos t$$
$$\frac{T}{\rho^{\gamma-1}} = \cos t \qquad (1.2\text{-}6.4)$$
$$\frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \cos t$$

Come detto gli effetti della compressibilità sono non trascurabili quando Ma >0.3. Questa circostanza in condizione di atmosfera standard, corrisponde a circa 110 m/s e pertanto è facile verificare che Re=$\frac{u_\infty l}{\nu}$ sarà in genere dell'ordine di $10^6 \div 10^7$ e quindi va considerata come situazione asintotica per $\mathrm{Re} \to \infty$ di flusso Euleriano.

Le equazioni di governo dei flussi **compressibili** di gas monoatomici a bassa densità, in forma **adimensionale**, sono (già viste al Cap. 3)[1]:

■ C.M. $$\frac{1}{St}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{u}\right) = 0 \qquad (3.88\text{-}6.5)$$

■ C.Q.M.

$$\frac{1}{St}\left(\rho \frac{\partial u}{\partial t}\right) + \rho \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{u} = -\frac{1}{Ru}\vec{\nabla}P + \frac{1}{Fr}\rho \frac{\vec{g}}{|g|} + \frac{1}{Re}\nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{Re}\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}\right) \qquad (3.105\text{-}6.6)$$

■ B.E.T.

$$\frac{1}{St}\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \vec{\nabla}T = \frac{Ec}{St \cdot Ru}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{Ec}{Ru}\vec{u} \cdot \vec{\nabla}P + \frac{Ec}{\mathrm{Re}}\phi + \frac{1}{\mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr}}\nabla^2 T \qquad (3.106\text{-}6.7)$$

■ E.S.

$$P = \rho T \frac{Ru}{\gamma Ma^2} \qquad (3.107\text{-}6.8)$$

Le forme asintotiche per $Fr \to \infty$ e $\mathrm{Re} \to \infty$ sono in forma **dimensionale**:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}\right) = 0 \qquad (6.9)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla}P \qquad (6.10)$$

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \frac{DP}{Dt} \qquad (6.11)$$

$$P = \rho RT \qquad (6.12)$$

Si noti che per Ma>0.3 il fluido diventa volumetricamente deformabile e quindi elastico nel senso che è in grado di propagare onde.
Come visto al cap. 1.3.4 la velocità del suono risulta circa ¾ la velocità media molecolare.

[1] Si omettono gli asterischi per semplicità.