Capitolo

Esercitazioni

---

1. Ex 1.1

Un consumatore esprime le sue preferenze tramite la funzione di utilità $U = x_1\, x_2$ *.*

Si determini Z *panieri* $W_1 = (8; 24)$ *e* $W_2 = (16; z)$ *siano indifferenti*

$U_{W_1} = U_{W_2}$

$8 * 24 = 16 * z \rightarrow$ z= $\frac{192}{16} = 12$

$$W_1 = (8; 24)\ \ W_2 = (16; 12) \begin{cases} U_{W_1} = 8 * 24 = 192 \\ U_{W_2} = 16 * 12 = 192 \end{cases}$$

2. Ex 1.2

Due consumatori fanno preferenza che vengono espresse dalle rispettive funzioni di U

$$U^A = \sqrt{X_1 * X_2}$$
$$U^B = X_1^2 * X_2$$

Supponendo che possono scegliere fra i panieri di consumo $W_1 = (4; 9)$ *e* $W_2 = (9; 4)$*.*
Determinare la misura dell'utilità di ciascun consumatore

$$\left.\begin{array}{l} U_{W_1}^A = \sqrt{4 * 9} = \sqrt{36} = 6 \\ U_{W_2}^A = \sqrt{9 * 4} = \sqrt{36} = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow Uguale$$

$$\left.\begin{aligned} U^A_{W_1} &= \sqrt{4*9} = \sqrt{36} = 6 \\ U^A_{W_2} &= \sqrt{9*4} = \sqrt{36} = 6 \end{aligned}\right\}$$

$U^B_{W_1} = 4^2 * 9 = 144$

$U_{W_1} = U_{W_2}$

$8 * 24 = 16 * z \rightarrow z = \frac{192}{16} = 12$

$$W_1 = (8; 24) \;\; W_2 = (16; 12) \begin{cases} U_{W_1} = 8 * 24 = 192 \\ U_{W_2} = 16 * 12 = 192 \end{cases}$$

()

3. Ex 2.2

$$f(u) \;\; U = X_1 X_2 + 2X_2$$

a)Ricavare la funzione della generica curva di indiffenza

b) calcolare il saggio marginale di sostituzione

a) Esplicitando la funzione rispetto a X_2 si ha

$$U = X_2(X_1 + 2)$$

$$X_2 = U \frac{1}{X_1 + 2}$$

b) Sappiamo che :

$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta X_2} = \frac{U(X_1 + \Delta X_1; X_2) - U(X_1; X_2)}{\Delta X_1}$$

$$MU_1 \Delta X_1 + MU_2 \Delta X_2 = \Delta U = 0$$

$$MRS \; o \; SMS = \frac{\Delta X_2}{\Delta X_2} = \frac{\mathrm{MU}_1}{\mathrm{MU}_2}$$

$$UM_1 = \frac{dU}{dX_1} = X_2$$

$$UM_2 = \frac{dU}{dX_2} = X_1 + 2$$

$$|MRS| = \frac{\frac{dU}{dX_1}}{\frac{dU}{dX_2}} = \frac{X_2}{X_1 + 2}$$

4. Ex 3.2

Un consumatore adopera la sua automobile ogni mattina per andare in ufficio. Lo stress è funzione del tempo di percorrenza (x)secondo la seguente funzione :

$$y = 40x^2 - 94x + 10$$

Quale è il tempo di percorrenza che minimizza la funzione?

Si vuole determinare il valore di x che minimizza la funzione senza tracciare il grafico. Allora, tracciamo il valore della derivata prima della funzione.

$$\frac{dy}{dx} = 2 \ * 40x - 94 = 80x - 94$$

Poniamo la cordinazione del primo ordine cioè uguaglianza a zero la derivata prima

$80x - 94 = 0 \qquad x = \frac{94}{80} = 1{,}17$

Per stabilire se si tratta di un min o max relativo occorre la condizione del II° ordine. Calcolare la derivata II ed osservare il segno:

se $\begin{cases} > 0 \; min \\ < 0 \; max \end{cases}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 80 * 1 = 80 > 0$ MIN 1,17 => ok

5. Ex 3.7(pag.26)

Un consumatore ama vini di marca. Ai prezzi correnti la sua funzione di domanda per un buon Bordeaux è $q = 0{,}02 * m - p$ *dove* m *è il suo reddito e* p *il prezzo del vino e* q *il numero di bottiglie domandate. Il reddito di Giuliano è di* 7.500 € *e il presso per una bottiglia è di* 30 €.

a) *Quante bottiglie acquista il consumatore?*
b) *Se il prezzo del vino aumentasse a* 40 € *di quale reddito dovrebbe disporre il consumatore per poter continuare ad acquistare esattamente le stesse bottiglie e le stesse quantità di altri beni che acquistava prima (*X_Δ*altri beni e se fosse pari a* 1 € *il costo* $P_\Delta = 1$*)*
c) *In corrispondenza di questo nuovo reddito e di un prezzo di* 40 € *quante bottiglie acquista il consumatore?*
d) *Dato il suo reddito iniziale di* 7.500 € *ed un prezzo pari a* 40 € *quante bottiglie acquista il consumatore*
e) *Quando il prezzo del vino aumenta da* 30 € *a* 40 € *di qunato variano le bottiglie domandate*
f) *Quale quota di questa variazione è dovuta all'effetto sostituzione? Qual è l'effetto sul reddito*

a) $m = 7.500$ € e $P = 30$ €

$$q = 0{,}02 * m - p = 0{,}02 * 7500 - 2 * 30 = 90$$

b) $P_\Delta X_\Delta + PX = m$

$$1 * X_\Delta + 30 * 90 = 7500$$
$$X_\Delta = 7500 - 2700 = 4800$$
$$m' = 40 * 90 + 4800 = 8400$$

c) $q' = 0{,}02 * 8400 - 2 * 40 = 88$ aumenta p ma aumenta m→potere di acquisto invariato

d) $q' = 0{,}02 * 7500 - 2 * 40 = 70$

e) $q - q' = \Delta q = -20$

f) Effetto sostituzione.Varia il prezzo potere di acquisto inalterato

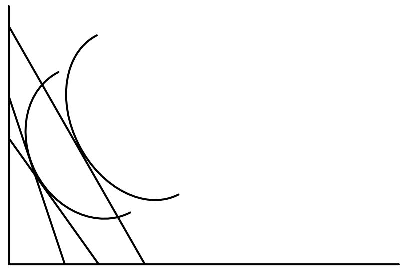
$$\Delta q^s = q'' - q = 88 - 90 = -2$$

↑posizione di partenza

Effetto reddito. Flusso di prezzo nuovo. Varia il potere di acquisto riportato a quello iniziale

$$\Delta q^m = q' - q'' = 70 - 88 = -18$$

Totale : $\Delta\, q^m + \Delta\, q^s = -20$



6. Ex 4.1 (pag.35)

Un consumatore dispone di un reddito $m = 200$. Egli può acquistare quantità del bene 1 e del bene 2 rispettivamente a pari $P_1 = 8$ $P_2 = 2$.

Det:

a) *retta di bilancio e l'insieme delle possibilità di consumo;*
b) *retta di bilancio e l'insieme delle possibilità di consumo se è presunta una spesa aggiuntiva fissa, pari a 6€ per il bene 1 e 2€ per il bene 2.*

$P_1x_1 + P_2x_2 \le m$ ***Vincolo***

- $P_1x_1 + P_2x_2 = m$ ***Retta***

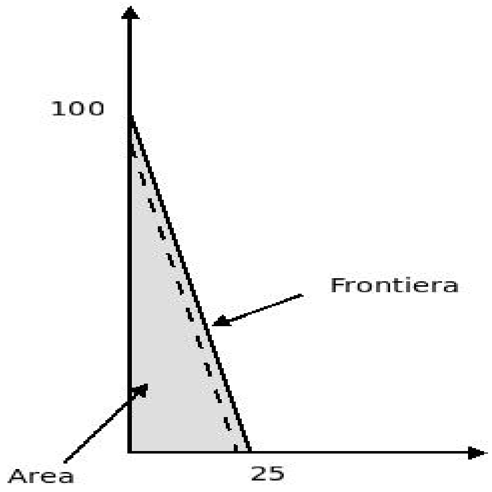
  $8x_1 + 2x_2 = 200$

  $x_2 = 100 - 4x_1$

  $-\frac{P_1}{P_2} = -4$ ***Coefficiente Angolare***

  $x_1 = \frac{m}{P_1} = \frac{200}{8} = 25$

  $x_2 = \frac{m}{P_2} = \frac{200}{2} = 100$



Area delle possibilità
$8x_1 + 2x_2 \leq 200$

- Riscriviamo la retta inserendo le spese fisse.

  $8x_1 + 2x_2 + 8 = 200$

  Oppure

  $8x_1 + 2x_2 = 192$

  $x = 96 - 4x_1$ ***<u>Coefficiente Angolare</u>***

  $\mathrm{x}_1 = \frac{192}{8} = 24$

  $x_2 = \frac{192}{2} = 96$

7. Ex. 4.3 (pag.39)

Siano $P_1 = 8$ e $P_2 = 5$ i prezzi unitari di due beni le cui quantità indichiamo con X_1 e X_2 :

a) *Tracciare un riferimento cartesiano la cui retta di brl. di un caso che la reddita $m = 40$; indicare: intercetta e coefficiente angolare.*
b) *Come si modifica la retta di brl se il prezzo corrispondente al bene 2 varia da 5 a 10?*
c) *Come si modifica l'andamento della retta se i prezzi dei due beni raddoppiano?*

Ris.

a) $P_1X_1 + P_2X_2 = m$

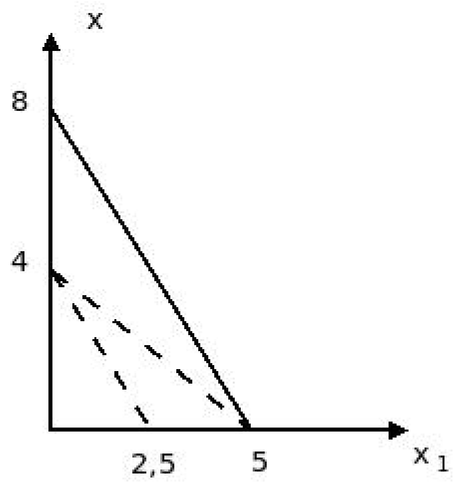
$$X_2 = \frac{m - P_1X_1}{P_2} \qquad X_2 = \frac{m}{P_2} - \frac{P_1}{P_2}X_1$$

$$X_2 = \frac{m}{P_2} = \frac{40}{5} = 8 \qquad -\frac{P_1}{P_2} = Coefficente = -\frac{8}{5}$$

$$X_1 = \frac{m}{P_1} = \frac{40}{8} = 5$$

b) $X_2 = \frac{m}{P_2} = \frac{40}{10} = 4$

c) $X_1 = \frac{40}{10} = 2{,}5$ $X_2 = \frac{40}{10} = 4$



8. Ex. 5.7 (pag.42)

Determinare la scelta ottima del consumatore data la funzione di utilità:

$U = X_1 \ X_2$

Si supponga che il reddito sia $m = 5$ *e* $P_1 = 2 \quad P_2 = 3$

$U = X_1 \, X_2 \rightarrow \ f(u)$

$2X_1 + 3X_2 = 5 \rightarrow \boldsymbol{Vincolo}$

$X_2 = \dfrac{5 - 2X_1}{3}$

Inseriamo il valore X_2trovato nella funzione di utilità:

$$U = X_1 \left(\frac{5 - 2X_1}{3}\right) => U = \frac{5X_1 - 2{X_1}^2}{3}$$

Calcolare la derivata della $f(u)$:

$$\frac{dU}{dX_1} = \frac{5 - 2 * 2X_1}{3} = \frac{5 - 4X_1}{3}$$

Poniamo la condizione del primo ordine

$$\frac{5-4X_1}{3}=0 \qquad 5-4X_1=0 \qquad 5=4X_1$$

Sostituiamo questo valore in $X_2=\frac{5-2X_1}{3}$

$$=> \ X_2=\frac{5-2*\frac{5}{4}}{3}=\frac{\frac{10-5}{2}}{3}=\frac{5}{2}*\frac{1}{3}=\frac{5}{6}=0{,}83$$

Derivata seconda per vedere se ***max*** o ***min*** di

$$U=\frac{5-4X_1}{3}$$

$$\frac{d^2U}{dX_1^2}=\frac{0-4}{3}=-\frac{3}{4}<0 \qquad max$$

Paniere ottenuto $W^*=(1{,}25\,;0{,}83)$

9. Ex. 5.8(pag.60)

Data la funzione di utilità :

$U=x^2+y^2$

Determinare la scelta ottima essendo noti i valori monetari $P_x=1 \;\; P_y=2 \;\; ed \;\; m=4$

Ris.

Calcolare le utilità marginali relative ai due beni :

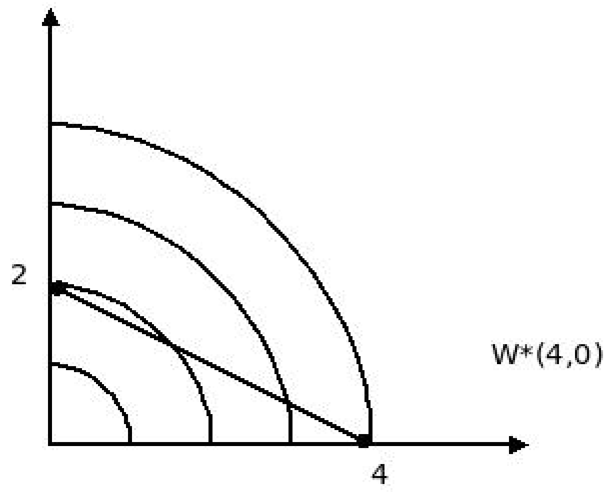
$$\frac{dU}{dx}=UM_x=2x$$

$$\frac{dU}{dy}=UM_y=2y$$

Retta di brl : $x+2y=4$

$$x = \frac{m}{P_x} = 4$$

$$y = \frac{m}{P_y} = 2$$



Inserendo i valori di x e y avremo :

$UM_x = 2(4) = 8 \ \epsilon \ ut \ merg \ x$

$UM_y = 2(2) = 4 \ \epsilon \ ut \ merg \ y$

$$MRS = \frac{UM_x}{UM_y} = \frac{8}{4} = 2$$

Perciò l'utilità marginale di x è doppia rispetto ad y, e il prezzo di y è doppio rispetto ad x. Perciò il consumatore investirà tutto il reddito in x.

10. Ex. 5.10 (pag. 64)

Data la funzione di utilità:

$U = x_1 x_2 + x_1 x_2$ *con* $m = 10 \ P_1 = 1 \ P_2 = 1$

Determinare la scelta ottima di consumo.

Ris.

Massimizzazione funzione vincolata:

$$\frac{dU}{dx_1} = x_2 + 1 \qquad \frac{dU}{dx_2} = x_1 + 1$$

$|MRS| = \frac{x_2+1}{x_1+1}$ ←Coef. Orq. Curva red.

$\frac{P_1}{P}$ ←Coef. Orq.

Imponiamo l'uguaglianza fra il SMS e il rapporto fra i prezzi (VINCOLO DI TANGENZA) e fornendo il sistema con il vincolo di bilancio:

$$\begin{cases} \dfrac{x_2+1}{x_1+1} = \dfrac{P_1}{P_2} \\ P_1x_1 + P_2x_2 = m \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{x_2+1}{x_1+1} = 1 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 += x_1 + 1 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x_1 + 1 - 1 \\ x_2 = 10 - x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x_1 \\ x_1 = 10 - x_2 \end{cases}$$

$$x_1 = 10 - x_1 \rightarrow 2x_1 = 10 \rightarrow x_1 = 5 \rightarrow x_2 = 5$$

Paniere ottimo → $W^*(5;5)$

11. Ex. 5.11 (pag. 65)

Tizio consuma dei beni perfetti sostenuti il cui |MRS|=3:

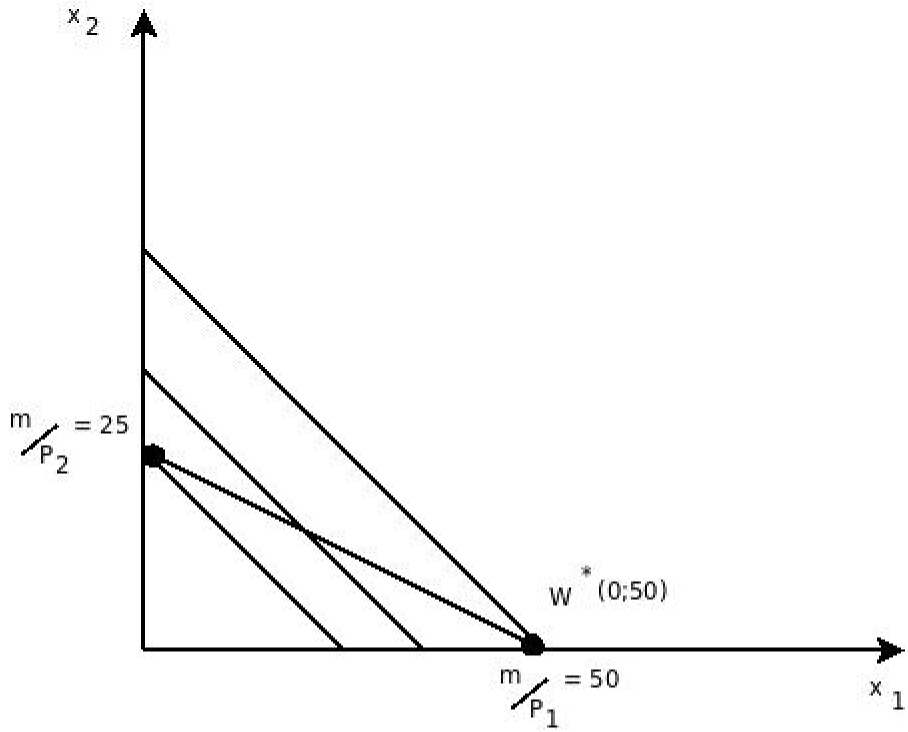
a) Scrivere la funzione di utilità;
b) Se $P_1 = 2$ e $P_2 = 4$ e $m = 100$ individuare la scelta ottima;

Ris.

a) $h_{(u)}$ perfetti sostenibili è $U = ax_1 + bx_2$ dovendosi verificare che |MRS|=3 la funzione di utilità sarà: $MRS = \dfrac{dU/_{dx_1}}{dU/_{dx_2}}$ infatti $\frac{dU}{dx_1} = 3$ $\frac{dU}{dx_2} = 1$ $|MRS| = 3$

b) Trattandosi di beni perfetti sostenuti il consumatore razionale opterà per il consumo del bene avente il minor prezzo cioè bene 1 P=2;
Pertanto: $x_1 = \frac{m}{P_1} = \frac{100}{2} = 50$
Risulta quindi un paniere ottimo $W^*(50;0)$ si giustifica in base alle seguenti considerazioni:
vincolo: $2x_1 + 4x_2 = 100$
$x_1 + 2x_2 = 50 \quad P_2 > P_1$

Si assume che $x_2 = 0$



12. Ex 5.12 (pag.66)

Si consideri la funzione di utilità:

$$U = min\{1{,}5x_1; x_2\}$$

Beni perfettamente complementari:

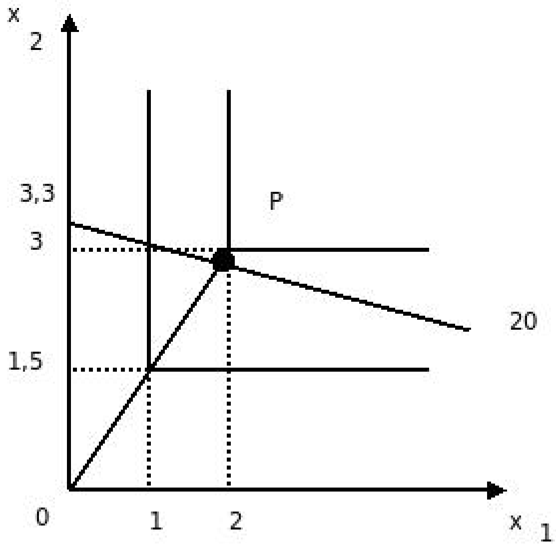
$$P_1 = 3 \quad P_2 \neq 18 \quad m = 6$$

Determinare la scelta ottima.

Ris.

$$\begin{cases} 1{,}5x_1 = x_2 \\ 3x_1 + 18x_2 = 60 \end{cases}$$ (Condizione di ottimo) (Vincolo)

$$3x_1 + 18(1{,}5x_1) = 60 \quad 3x_1 + 27x_1 = 60 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$



13. Ex 5.14 (pag.69)

Data la funzione di utilità $U = 5 * \sqrt{X_1} + X_2$ il reddito $m = 100$ e $P_1 = 2$ e $P_2 = 1$ scelta ottima?

$$\frac{dU}{dX_1} = 5 * \frac{1}{2 * \sqrt{X_1}}$$

$$\frac{dU}{dX_2} = 1$$

$$|MRS| = \frac{\frac{dU}{dX_1}}{\frac{dU}{dX_2}} = 5 * \frac{1}{2 * \sqrt{X_1}}$$

Vincolo di tangenza

$$|MRS| = \frac{P_1}{P_2}$$

Vincolo di bilancio

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = m$$

Impostiamo e risolviamo:

$$\begin{cases} 5 * \dfrac{1}{2 * \sqrt{X_1}} = 2 \\ 2 X_1 + X_2 = 100 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5 = 4 * \sqrt{X_1} \\ 2 X_1 + X_2 = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25 = 16 X_1 \\ 2 X_1 + X_2 = 100 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1 = \dfrac{25}{16} \\ 2 \dfrac{25}{16} + X_2 = 100 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1 = \dfrac{25}{16} \\ 2 * 25 + 8 * X_2 = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{25}{16} \\ X_2 = \dfrac{775}{8} \end{cases}$$

Quindi ottimo $W^* = (\frac{25}{16} ; \frac{775}{8})$

14. Ex. 10.4(pag. 100)

La funzione di banda di un bene, che chiamiamo B : $q = 10 + \frac{m}{2p}$

Il consumatore dispone di un redito m=300 il prezzo iniziale del bene è P=2; Se il prezzo aumenta e diventa $P' = 6$*;*

a) Quale sarà il nuovo livello di banda;
b) Quale parte della variazione della banda è dovuta all'effetto redd. E quale all'effetto sostituzione?

Ris.

$$q = 10 + \frac{300}{2 \cdot (2)} = 85$$

a) Nuovo prezzo :

$$q' = 10 + \frac{300}{2(6)} = 35$$

$$\Delta p = 6 - 2 = +4$$

$$\Delta q = 35 - 85 = -50$$

b) La variazione di prezzo influisce sul reddito diminuendo il potere di acquisto del consumatore:

$$q' = \frac{\Delta m}{\Delta p} \quad 85 = \frac{\Delta m}{4} \quad \Delta m = 340$$

Quantità aggiuntiva di redita necessaria per acquistare 85 unità di P=6.

$$\widehat{m} = 300 + 340 = 640$$

$$q' = 10 * \frac{640}{12} = 63 \leftarrow \text{Potere d'acquisto}$$

$$\begin{cases} Effetto\ redd = 35 - 63 = -28 \\ Effetto\ Sost = 63 - 85 = -22 \end{cases} \rightarrow -28 - 22 = -50$$

15. Ex. 10.30 (pag. 99)

Data la funzione di utilità $U = 8 * X_1 - X_1^2 + X_2$ indichiamo con P_1 il prezzo per il bene 1 e $P_2 = 6$ il prezzo per il bene 2. Scrivere la funzione di domanda diretta ed indiretta peril bene 1

Partendo dalla condizione di tangenza

$$|MRS| = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\begin{cases} \frac{dU}{dX_1} = 8 - 2 * X_1 \\ \frac{dU}{dX_2} = 1 \end{cases}$$

$$MRS = \frac{\frac{dU}{dX_1}}{\frac{dU}{dX_2}} = 8 - 2 * X_1$$

Relazione di tangenza

$$8 - 2 * X_1 = \frac{P_1}{6} \Rightarrow 6(8 - 2 * X_1) = P_1$$

$$48 - 12 * X_1 = P_1 \Rightarrow X_1 = \frac{48 - P_1}{12} = \frac{48}{12} - \frac{1}{12}P_1$$

Funzione di domanda diretta bene 1

Ora esplicitando rispetto a P_1 si ottiene la domanda inversa

$$0{,}08 * P_1 = 4 - X_1$$

$$P_1 = \frac{4 - X_1}{0{,}08} = 50 - 12{,}5 * X_1$$

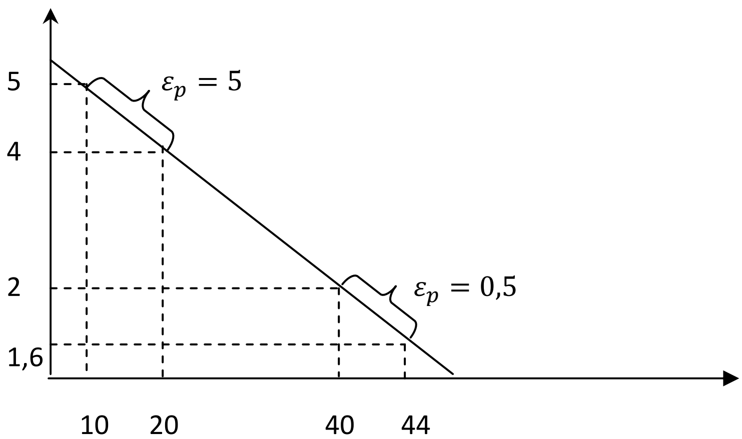
16. Ex. 11.2(pag. 105)

Data la seguente funzione di domanda inversa

$$P = 12 - 0{,}3\, Q$$

Stabilire per quali valori di P la domanda è elastica

Lungo la curva di domanda l'elasticità non è sempre uguale



$$\left.\begin{matrix} P_1 = 5 \rightarrow 4 \\ Q_1 = 10 \rightarrow 20 \end{matrix}\right\} \rightarrow \varepsilon_p = 5$$

$$\left.\begin{matrix} P_1 = 2 \rightarrow 1{,}6 \\ Q_1 = 40 \rightarrow 44 \end{matrix}\right\} \rightarrow \varepsilon_p = 0{,}5$$

Esplicitare la domanda 0,3 $q = 12 - p \rightarrow q = 40 - 3{,}33\, p$

Elasticità

$$\varepsilon_p = \frac{P}{Q} * \frac{\Delta Q}{\Delta P} \Leftarrow \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P}$$

$\frac{\Delta Q}{\Delta P} = b \leftarrow coefficiente\ angolare$

Ponendo $\varepsilon = 1$

$$\varepsilon_p = b * \frac{P}{Q} \implies 1 = 3{,}33\left(\frac{12 - 0{,}3\,Q}{Q}\right)$$

$$Q = 39{,}96 - 0{,}99\,Q$$

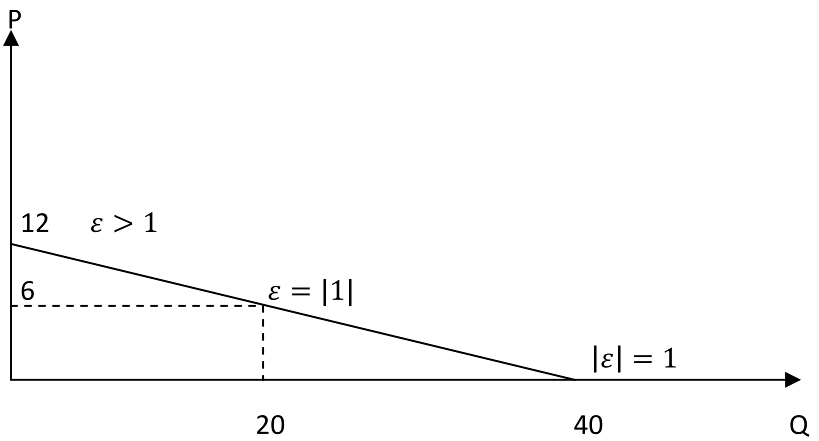
$$Q + 0{,}99\,Q = 39{,}96 \quad \rightarrow \quad Q = \frac{39{,}96}{1{,}99} \cong 20$$

Quantità della domanda in corrispondenza dell'elasticità $\varepsilon = 1$ con $Q \cong 20$ e sostituendo in $0{,}30\,Q = 12 - P \rightarrow P = 12 - 0{,}3\,(20) \cong 6$

Si può verificare che per $P < 6$ la domanda è anelastica perche rende $0 < |\varepsilon_p| < 1$, per $P > 6$ la domanda è elastica perché $1 < |\varepsilon_p| < \infty$. Rappresentiamo graficamente le funzione di domanda dirette, in pratica l'espressione

$$\begin{cases} Q = 40 - 3{,}33\,P \\ p = 0 \end{cases} \rightarrow Q = 40\ (INTERCETTA\ ASSE\ ASCISSE)$$

$$\begin{cases} Q = 40 - 3{,}33\,P \\ Q = 0 \end{cases} \rightarrow P = 40\ (INTERCETTA\ ASSE\ ORDINATE)$$



17. Ex. 11.3(pag. 108)

Data la seguente funzione di domanda di un bene

$$Q = 5000 - 10\,P$$

a) *Calcolare il valore dell'elasticità di domanda quando il prezzo varia da P=150 a P' 200*
b) *Esporre graficamente il risultato*

$$\varepsilon_P = \frac{P}{Q} * \frac{dQ}{dP}$$

$$\frac{dQ}{dP} = -10$$

$$\varepsilon_P = \frac{150}{5000 - 10(150)}\,(-10) = -\frac{1500}{3500} = |-0{,}42|$$

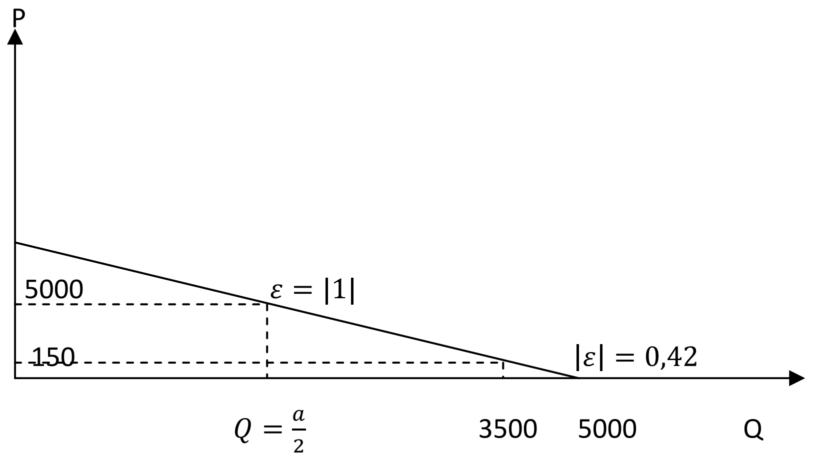
Valore compreso tra $0 < |\varepsilon_p| < 1$, la domanda rimane anelastica nonostante un aumento del prezzo, fa pensare che il bene abbia pochi sostituti

Si può calcolare

$$\varepsilon_P = \frac{\frac{Q' - Q}{Q}}{\frac{P' - P}{P}}$$

$$\begin{cases} Q = 5000 - 10\,P \\ P = 0 \end{cases} \rightarrow Q = 5000\ (INTERCETTA\ ASSE\ ASCISSE)$$

$$\begin{cases} Q = 5000 - 10\,P \\ Q = 0 \end{cases} \rightarrow P = 500\ (INTERCETTA\ ASSE\ ORDINATE)$$



18. Ex. 11.5(pag. 112)

La seguente funzione di domanda si riferiscono ai beni A e B

$$Q_a = \frac{30}{P_a} \quad Q_b = \frac{30}{P_b}$$

a) *Calcolare elasticità della domanda rispetto al prezzo per ciascun bene*
b) *L'elasticità della domanda rispetto al reddito delle seguenti funzioni* $Q_a = 0{,}16\, m_a$ *e* $Q_b = 0{,}7\, m_b$

a) Elasticità della domanda del bene A al prezzo

$$\varepsilon_{P_A} = \frac{P_A}{Q_A} * \frac{dQ_A}{dP_A}$$

Calcoliamo la derivata prima della funzione

$$\frac{dQ_A}{dP_A} = -\frac{30}{P_A^2}$$

$$\varepsilon_{P_A} = \frac{P_A}{\frac{30}{P_A}} * \left(-\frac{30}{P_A^2}\right) = \frac{P_A}{30}\left(-\frac{30}{P_A^2}\right) = -1 \quad \rightarrow \quad |\varepsilon_{P_A}| = 1$$

Analogamente per il bene B si ha

$$\varepsilon_{P_B} = \frac{P_B}{Q_B} * \frac{dQ_B}{dP_B}$$

$$\frac{dQ_B}{dP_B} = -\frac{60}{P_A^2}$$

$$\varepsilon_{P_B} = \frac{P_B}{\frac{60}{P_B}} * \left(-\frac{60}{P_B^2}\right) = \frac{P_B}{60}\left(-\frac{60}{P_B^2}\right) = -1 \quad \rightarrow \quad |\varepsilon_{P_B}| = 1$$

Vuol dire che ad una variazione percentuale del prezzo corrisponde una pari, ma opposto variabile percentuale delle domanda

b) Elasticità rispetto al reddito

$$\varepsilon_m = \frac{m}{Q} * \frac{\Delta m}{\Delta Q}$$

Per i beni di lusso con elasticità >1 più aumento il reddito e più si acquista(vacanza, auto…)

Per i beni di pura necessità elasticità sempre >1, ma più basso

Att.: quando si parla di elasticità della domanda al reddito il riferimento non è più a ciò che accade lungo la curva di domanda (relazione prezzo domanda), ma gli spostamenti dell'intera curva di domanda in base alle variazioni di reddito

$$\varepsilon_{m_A} = \frac{m_A}{Q_A} * \frac{dQ_A}{dm_A} = \frac{m_A}{Q_A}(0{,}16)$$

Sostituiamo con $Q_a = 0{,}16\, m_a$

$$\varepsilon_{m_A} = \frac{m_A}{0{,}16\, m_A} * 0{,}16 = 1$$

$$\varepsilon_{m_B} = \frac{m_B}{Q_B} = \frac{dQ_B}{dm_B} = 1$$

19. Ex. 11.6(pag. 115)

Per due beni A e B si sono verificate le seguenti variazioni

$$A \quad \begin{cases} \begin{cases} P_A = 20 \\ Q_A = 40 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} P'_A = 10 \\ Q'_A = 50 \end{cases} \end{cases} \qquad\qquad B \quad \begin{cases} \begin{cases} P_B = 35 \\ Q_B = 50 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} P'_B = 60 \\ Q'_B = 20 \end{cases} \end{cases}$$

Calcolare l'elasticità

$$\epsilon_{AB} = \frac{\%\,\Delta Q_A}{\%\,\Delta P_B} = \frac{\frac{\Delta Q_A}{Q_A}}{\frac{\Delta \mathrm{P}_B}{P_B}} = \frac{P_B}{Q_A} * \frac{\Delta Q_A}{\Delta \mathrm{P}_B} = \frac{35}{40} * \left(\frac{10}{25}\right) = \frac{350}{1000} = 0{,}35$$

20. Ex. 11.7(pag. 115)

Data la funzione di domanda di un bene $q = 80 - 4\,p \quad p = 6$ *conviene ai produttori di aumentare il prezzo*

$$\varepsilon = \frac{P}{Q}\frac{dP}{dQ} = \frac{6}{80 - (4 * 6)}(-4) = -0{,}43$$

$$|\epsilon| = 0{,}43 < 1$$

Anelastica perciò ai produttori conviene aumentare il prezzo

21. Ex. 4.3(pag. 234)

$Q = 48 - 6 * P$ funzione di domanda.

Determinare il prezzo che consente di ottenere il massimo ricavo totale

$$RT = P * Q$$

$$RT = P\,(48 - 6\,P) = \; 48P - 6P^2$$

Calcolando la derivata prima otteniamo di RT si ottiene il ricavo marginale MR

$$MR_A = \frac{dR_T}{dP} = 48 - 12\,P \;\Rightarrow\; 48 - 12\,P = 0 \Rightarrow P = 4$$

$$\frac{d^2RM}{dP^2} = d(48 - 12\,p) = \; -12 < 0 \;\Leftarrow MAX$$

22. Ex. 4.3(pag. 234)

Siano $P = 60 - Q^D$ e $P = -20 + 4Q^S$ rispettivamente la funzione di domanda e di offerta di domanda e di offerta di un certo mercato. Calcolare.

- *a) Equilibrio di mercato*
- *b) Elasticità di domanda e offerta nel punto di equilibrio*

a) Trasformo la domanda e offerta da inverse a dirette

$$Q^D = 60 - P$$

$$Q^S = \frac{1}{4}P\; - 5$$

La condizione di equilibrio è $Q^S = Q^D$

$$60 - P = \frac{1}{4}P\; - 5$$

$$P = 44 \qquad Q = 16 \;\Rightarrow Q^S = Q^D = 16$$

$$E = \binom{Q = 16}{P = 44}$$

b)

$$\frac{dQ^D}{dP} = 60 - P = \; -1$$

$$\varepsilon_D = \frac{P}{Q} * \frac{dQ^D}{dP} = \frac{44}{16}\,(-1) = \; -2{,}75 \Rightarrow \; \varepsilon_D > 1\; elasticità\; rispetto\; al\; prezzo$$

$$\varepsilon_S = \frac{P}{Q} * \frac{dQ^S}{dP} = \frac{44}{16}\left(\frac{1}{4}\right) = \; 0{,}68 \Rightarrow \; \varepsilon_S < 1\; offerta\; anaelastica$$

23. Ex. 4.5(pag. 240)

Un impresa ha la seguente funzione di costo totale di breve periodo $CT = 0{,}5\,Q^2 - Q + 5$

Calcolare

- a) *La funzione di offerta dell'impresa*
- b) *La funzione di offerta dell'industria nell'ipotesi che sul mercato operino 4 imprese aventi la medesima funzione di costo totale; la configurazione di equilibrio del mercato di concorrenza perfetta in corrispondenza della domanda di mercato* $Q^D = 148 - 8\,P$ *nel breve periodo*
- c) *L'ammontare del prodotto reddito di ciascuna impresa;*
- d) *Il comportamento atteso dalle imprese nel breve periodo*

a)

$$P = MC = \frac{dC_T}{dq} = q - 1$$
$$P = Q - 1 \implies Q^S = 1 + P \; (offerta\ breve\ periodo\ dell'impresa)$$

b) indichiamo con Q^S la funzione di offerta dell'industria

$$Q^S = 4(1 + P) = 4 + 4\,P$$

$$P = 12 \quad Q^S = 52 \Leftarrow E$$

$$\frac{Q^S}{4} = ogni\ impresa\ produce\ 13$$

c)

$$\pi = P * Q - CT = 12 * 13 - (0{,}5 * 13^2 - 13 + 5) = 79{,}5\ \ profitto$$

d)Si è in un libero mercato. Le imprese entrano visto che vi è un profitto > 0 e la cruva di offerta di porterà a destra, i prezzi diminuiscono e π tenderà a zero

24. Ex. 4.6(pag. 241)

Un mercato esprime la funzione di domanda $Q^D = 80 - 10\,P$ *; ogni impresa realizza un output* (Q^S) *sostenendo un costo totale di lungo periodo* $CT = Q^3 - 4\,Q^2 + 8Q$.

Ipotizzando che i prezzi dei fattori rimangono costanti determinare:

- a) *Equilibrio di lungo periodo se non vi sono barriere all'entrata e all'uscita*
- b) *Il numero di imprese operandi nel mercato*
- c) *Il livello di* π *delle imprese*

a) Nel lungo periodo verifica $\Delta C = MC$.Pertanto calcoliamo ΔC partendo da CT

$$CT = Q^3 - 4Q^2 + 8Q$$

$$\Delta C = \frac{CT}{Q} = Q^2 - 4Q \quad + 8$$

$$MC = \frac{dCT}{dQ} = 3Q^2 - 8Q \quad + 8$$

$$\Delta C = MC$$

$$Q^2 - 4Q \quad + 8 = 3Q^2 - 8Q \quad + 8$$

$$-3Q^2 + Q^2 \ - 4Q \quad + 8Q = 0 \ \Longrightarrow Q^S = 2 \ \ quantità \ offerta \ dell'impresa$$

. Per determinare il prezzo di lungo periodo poniamo la relazione $P = \Delta C$ pertanto inserendo $Q^S = 2$ avremo

$$\Delta C = 2^2 - 4 * 2 + 8 = 4$$

$$P = 4$$

Calcoliamo laa quantità domandata dal mercato inserendo $\mathrm{P} = 4$ in

$$Q^P = 80 - 10P \ \Longrightarrow \ Q^D = 80 - 10(4) = 40 \ quantità \ domandata \ dal \ mercato$$

b) Essendo $Q^D = 40$ e $Q^P = 2$ il numero di imprese presenti nel mercato

$$N = \frac{Q^P}{Q^S} = \frac{40}{2} = 20$$

c) Il profitto

$$\pi = RT - CT = PQ^S - \ (\ Q^3 - 4Q^2 + 8Q) = 4 * 2 - (8 - 16 + 16\ ) = 8 - 80$$

In corrispondenze del punto di equilibrio il profitto è nullo E(2;4)

25. Ex. 1.1(pag. 221)

La funzione di costo totale di breve periodo di un impresa è $CT = Y^2 - 3Y + 10$.Determinare i livello di costo corrispondente all'output $Y = 5$

- Costo totale (CT)
- Costo medio (ΔC)
- Costo marginale (MC)
- Costo fisso medio (ΔF)
- Costo variabile (CV)
- Costo variabile medio (ΔCV)

Costo totale (CT).

$$CT = Y^2 - 3Y + 10 \Rightarrow CT = 25 - 15 + 10 = 20$$

Costo medio (ΔC)

$$\Delta C = \frac{CT}{Y} = \frac{Y^2 - 3Y + 10}{Y} = \frac{25 - 15 + 10}{5} = 4$$

Costo marginale (MC). Si ottiene calcolando la derivata prima del CT

$$MC = \frac{dCT}{dy} = 2Y - 3 = (Y = 5) = 7$$

Costo fisso medio (ΔF). Nel breve periodo rimane costante

$$AF = \frac{F}{Y} = \frac{10}{5} = 2$$

Costo variabile (CV). Viene dalla proporzionalità dell'output

$$CV = Y^2 - 3Y = 25 - 15 = 10$$

Costo variabile medio (ΔCV).

$$\Delta CV = \frac{CV}{Y} = \frac{Y^2 - 3Y}{y} = \frac{25 - 15}{5} = 2$$

26. Ex. 10.4(pag. 100)

La funzione di domanda di un bene che chiamiamo B:

$$Q = 10 + \frac{m}{2P}$$

Il consumatore dispone di un reddito m=300 il prezzo iniziale del bene è P=2. Se il prezzo iniziale del bene aumenta e diventa P'=6

a) *Quale sarà il nuovo livello di domanda?*
b) *Quale parte della variazione della domanda è dovuta all'effetto reddito e quale all'effetto sostituzione*

a)

$$Q = 10 + \frac{300}{2 * 2} = 85$$

Nuovo prezzo

$$Q' = 10 + \frac{300}{2 * 6} = 35$$

$$\Delta P = 6 - 4 = 4$$

$$\Delta Q = 35 - 85 = -50$$

b) La variazione del prezzo influisce sul reddito diminuendo il potere di acquisto del consumatore

$$Q' = \frac{\Delta \mathrm{m}}{\Delta \mathrm{P}} \quad \Longrightarrow \quad 85 = \frac{\Delta \mathrm{m}}{4} \quad \Longrightarrow \quad \Delta \mathrm{m} = 340.$$

Quantità aggiuntiva di reddito necessaria per acquistare 85 unità a P=6

$$\widehat{m} = 300 + 340 = 640$$

$$Q' = 10 + \frac{640}{12} = 63 \; potere\ di\ acquisto\ invariato\ prezzi\ aumentati$$

$$effetto\ reddito = 35 - 63 = -28$$

$$effetto\ sostituzione = 63 - 85 = \underline{-22}$$

$$-50$$

27. Ex. 4.9(pag. 245)

La funzione di costo dell'impresa A è di $CT_A = X^2 + 2$; quella dell'impresa B è $CT_B = 2X^2 + X$

Si ipotizza che sul mercato siano soltanto due consumatori aventi le seguenti funzioni di utilità: $U_1 = XY$ e $U_2 = X(Y - 2)$.

Si suppone che il prezzo del bene Y è $P_y = 2$ ed il reddito di ciascun consumatore è $m = 16$. Determinare il prezzo e la quantità di equazione del bene x

La funzione di domanda del bene X si ottiene svolgendo l'usuale stima fra vincoli di tangenza e vincoli di bilancio. Dalla funzione di utilità del primo consumatore si ottiene

$$\begin{cases} MRS = \dfrac{P_X}{P_Y} \\ P_x X + P_Y Y = m \end{cases} \qquad |MRS| = \dfrac{\frac{dU_1}{dX}}{\frac{dU_1}{dY}} = \dfrac{Y}{X}$$

$$\begin{cases} \dfrac{Y}{X} = \dfrac{P_X}{2} \\ P_X X + 2Y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2Y = P_X X \\ 2Y = 16 - P_X X \end{cases}$$

$$P_X X = 16 - P_X X$$

$$P_X X + P_X X = 16 \implies 2P_X X = 16$$

$$X_1^D = \frac{8}{P_X}\ funzione\ di\ domanda\ del\ primo\ consumatore$$

Per il secondo consumatore

$$|MRS|_2 = \frac{\frac{dU_2}{dX}}{\frac{dU_2}{dY}} = \frac{Y-2}{X}$$

$$\begin{cases} \dfrac{Y-2}{X} = \dfrac{P_X}{2} \\ P_X X + 2Y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2Y - 4 = P_X X \\ P_X X + 2Y = 16 \end{cases}$$

$$2Y - 4 + 2Y = 16$$

$$4Y = 20 \implies Y = 5\ il\ valore\ inserito\ nel\ vincolo\ di\ tangenza\ reale$$

$$10 - 4 = P_X X \implies 6 = P_X X$$

$$X_2^D = \frac{6}{P_x} = funzione\ di\ domanda\ del\ secondo\ consumatore$$

La funzione di domanda aggregata si ottine sommando membro a membro le fuznione data dei consumatori $X_1^D = \frac{8}{P_X}$ e $X_2^D = \frac{6}{P_x}$

$$X^D = \frac{8}{P_X} + \frac{6}{P_x} \implies Q^D = \frac{14}{P_x}$$

Ora per ciascuna impresa si ha

A $\implies P_x = MC \implies P_x = \frac{dCT_A}{dX} = 2X \ \rightarrow X_A^S = \frac{P_X}{2} = 0{,}50\ P_x$

B $\Longrightarrow P_x = MC \Longrightarrow P_x = \frac{dCT_B}{dX} = 4X + 1 \rightarrow X_B^S = \frac{P_X - 1}{4} = 0{,}25\, P_X - 0{,}25$