



**COLLANA DEL  
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA**

**SU MANDLER E LA “INDETERMINATEZZA SRAFFIANA”**

Saverio M. Fratini    Enrico Sergio Levrero

---

Working Paper n° 77, 2007

- I “Working Papers” del Dipartimento di Economia svolgono la funzione di divulgare tempestivamente, in forma definitiva o provvisoria, i risultati di ricerche scientifiche originali. La loro pubblicazione è soggetta all’approvazione del Comitato Scientifico.
- Per ciascuna pubblicazione vengono soddisfatti gli obblighi previsti dall’art. 1 del D.L.L. 31.8.1945, n. 660 e successive modifiche.
- Copie della presente pubblicazione possono essere richieste alla Redazione.

**REDAZIONE:**

Dipartimento di Economia  
Università degli Studi Roma Tre  
Via Silvio D'Amico, 77 - 00145 Roma  
Tel. 0039-06-574114655 fax 0039-06-574114771  
E-mail: dip\_eco@uniroma3.it



**DIPARTIMENTO DI ECONOMIA**

**SU MANDLER E LA “INDETERMINATEZZA SRAFFIANA”**

Saverio M. Fratini      Enrico Sergio Levrero\*

*Comitato Scientifico:*

*Proff. R. Ciccone*

*M. Tirelli*

*A. Trezzini*

# SOMMARIO

<b>I. Introduzione</b>	p. 1
<b>1. L'argomento di Mandler (p. 1) – 2. Piano del lavoro (p. 2)</b>	
<b>II. L'indeterminatezza dei prezzi in Sraffa secondo Mandler</b>	p. 2
<b>3. La controversia tra teorie della distribuzione secondo Mandler (p. 2) – 4. Il grado di libertà nelle equazioni di prezzo (p. 3) – 5. Il primo errore di Sraffa per Mandler (p. 4) – 6. Il secondo errore di Sraffa per Mandler e l'ipotesi di stato stazionario (p. 5) – 7. Le condizioni per l'indeterminatezza sequenziale (p. 6)</b>	
<b>III. L'indeterminatezza sequenziale di Mandler</b>	p. 7
<b>8. L'economia considerata da Mandler (p. 7) – 9. La “preistoria” dell'equilibrio generale (p. 8) – 10. La necessaria ipotesi di mercati incompleti (p. 10)</b>	
<b>IV. Le decisioni di investimento e l'equilibrio sequenziale</b>	p. 11
<b>11. Il prezzo di domanda e di offerta dei beni capitale nell'equilibrio Arrow-Debreu (p. 11) – 12. Gli infiniti sistemi dei prezzi di domanda dei beni capitale compatibili con l'equilibrio in Mandler (p. 13) – 13. L'uso ad hoc della tendenza all'uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale (p. 14) – 14. L'erroneità delle aspettative sui prezzi e l'irrelevanza degli equilibri Arrow-Debreu (p. 15)</b>	
<b>V. La teoria della distribuzione secondo Sraffa</b>	p. 17
<b>15. L'alternativa delle posizioni normali (p. 17) – 16. La questione delle dotazioni della “first period economy” ed il problema del capitale nella teoria neoclassica (p. 17) - 17. Le due strade per chiudere il sistema dei prezzi: Sraffa versus Walras (p. 18) – 18. Sraffa un caso speciale della teoria neoclassica? (p. 19) – 19. Prezzi datati e posizioni normali dell'economia (p. 21) - 20. I limiti dell'idea di indeterminatezza “sraffiana” (p. 23)</b>	
Appendice. L'equilibrio sequenziale	p. 24
Bibliografia	p. 27

“This indeterminateness (...) is, of course, primarily due to the fact that capital (...) is not an original factor of production which can exist (even hypothetically) independently of, or antecedently to, production.” (Knut Wicksell, 1934: 207).

## SU MANDLER E LA “INDETERMINATEZZA SRAFFIANA”

*Saverio M. Fratini e Enrico Sergio Levrero* \*

*Abstract:* This paper is aimed at discussing Mandler’s interpretation of Sraffa’s price theory. In particular we will analyse Mandler’s idea that an institutional determination of distribution, suggested by Sraffa, could be solidly advanced only in the case of equilibrium price indeterminacy in intertemporal sequential models. First it will be shown that this kind of indeterminacy arises from an arbitrary use of the tendency to a uniform rate of return on the supply prices of capital goods. Second, it will be pointed out that, when Sraffa’s contribution is placed, as it should, within the classical theory of value and distribution, no price or Sraffian indeterminacy will result. Finally, we will argue that Mandler’s emphasis on the non-arbitrariness of the capital goods endowments, which is at the root of his indeterminacy result, naturally leads to those normal positions of the economy whose only possible consistent determination is to be found in Sraffa’s price theory.

*Keywords:* Sraffa; indeterminacy; sequential equilibria; market incompleteness; classical theory of distribution.

*JEL Classification:* B510; D460; D520.

### I. INTRODUZIONE

**1.** In alcuni lavori recenti Mandler ha argomentato che nei modelli di equilibrio generale sequenziale, in cui le dotazioni dei beni capitale risulteranno (nei periodi successivi a quello iniziale) non arbitrarie, potrà sorgere indeterminatezza dei prezzi quando si ipotizzi un orizzonte temporale finito. A questo tipo di indeterminatezza – che non potrebbe, secondo Mandler (2002: 215), che portare a regolare gli scambi con “istituzioni non di mercato” – egli ha dato il nome di “indeterminatezza sraffiana”, intravedendone alcune analogie con la presenza di un grado di libertà nelle equazioni di prezzo di Sraffa.

La tesi avanzata da Mandler è che per poter sostenere la spiegazione della distribuzione sulla base di “extra-market forces” sia necessario dimostrare la

---

\* Università Roma Tre (e-mail: fratini@uniroma3.it e levrero@uniroma3.it). Questo scritto è frutto di un lavoro comune e di una stretta collaborazione. La stesura finale della sezione II e V è opera però principalmente di E. Sergio Levrero, mentre quella delle sezioni III e IV è opera principalmente di Saverio M. Fratini. Ringraziamo per gli utili commenti R. Ciccone, P. Garegnani e F. Petri. La responsabilità di quanto scritto rimane ovviamente solo nostra.

“generica” indeterminatezza dell’equilibrio generale. Egli ritiene che nella teoria di Sraffa l’indeterminatezza dei prezzi – che considera associata al grado di libertà presente nelle equazioni di prezzo – sia stata introdotta ad hoc, eliminando le funzioni di domanda; mentre nel caso dell’equilibrio sequenziale da lui proposto l’indeterminatezza emergerebbe in modo “robusto”, nonostante cioè la presenza di quelle funzioni.

2. Dopo aver ricostruito le tesi di Mandler (sezioni II e III), in questo lavoro ci proponiamo di indagare (sezione IV) il reale significato economico della indeterminatezza sequenziale, evidenziando come essa scaturisca da un uso *ad hoc* del principio della tendenza alla uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale sul loro prezzo d’offerta<sup>1</sup>. Sosterremo inoltre (sezione V) che Mandler fornisce una rappresentazione della teoria di Sraffa in termini di un caso speciale dell’equilibrio economico generale che è frutto, e può essere causa, di profondi fraintendimenti. Si mostrerà infine che, interpretando *Produzione di merci a mezzo di merci* in base alla teoria classica di Smith e Ricardo a cui Sraffa fa esplicito riferimento, non potrà sorgere alcuna indeterminatezza dei prezzi.

## II. L’INDETERMINATEZZA DEI PREZZI IN SRAFFA SECONDO MANDLER

3. Nell’interpretare *Produzioni di merci a mezzo di merci* Mandler parte dal grado di libertà che è presente nelle equazioni di prezzo di Sraffa quando le variabili distributive siano considerate tutte delle incognite da determinare. In particolare, Mandler (1999: 693) scrive:

“Near the beginning of his *Production of Commodities by Means of Commodities* (1960), Sraffa specifies a system of equations that prices must obey if the capital invested in each sector of an economy is to earn the same rate of profit. The system contains one more unknown than equation, leading Sraffa to conclude that prices, and wage and interest rates in particular, are indeterminate. Sraffa’s book has since been read as arguing that some outside, non-economic consideration must therefore set prices and distribution of income.”

L’indeterminatezza dei prezzi è dunque per Mandler un prerequisito per poter spiegare la distribuzione in base ad elementi storico-sociali, che egli sintetizza con l’espressione “considerazioni non economiche”. La contrapposizione tra la teoria della distribuzione “sraffiana” (o classica) da un lato, e quella neoclassica in termini di domanda e offerta dall’altro, è identificata così con la presenza o meno di quel grado di libertà. La risposta neoclassica alla teoria “sraffiana” sembrerebbe perciò essere la generica determinatezza dell’equilibrio Arrow-Debreu. Come scrive Mandler

---

<sup>1</sup> Ciò sarà argomentato nel testo esclusivamente sulla base del ragionamento economico, mentre alcuni dettagli analitici saranno dati nell’Appendice.

“Under weak conditions, the Arrow-Debreu model has at least an equilibrium and equilibria typically are determinate or locally unique. These results hold even for intertemporal models with linear production activities, the very setting of Sraffa’s work.” (Mandler, 2002: 204).

4. Avendo in mente questa rappresentazione della controversia tra teorie contrapposte del valore e della distribuzione, Mandler cerca di verificare in quali casi potrà emergere l’indeterminatezza da lui detta “sraffiana”<sup>2</sup>, ed in quali invece si debba riconoscere che le condizioni di “market clearing”, che Sraffa trascurerebbe, saranno in grado di chiudere il sistema dei prezzi senza lasciare gradi di libertà disponibili.

Per ricostruire l’argomento di Mandler escludiamo per semplicità casi di produzione congiunta. Ipotizziamo poi che il salario non sia al livello di sussistenza, e che, trattandolo come un tutto variabile, esso non possa neppure in parte essere incluso nei coefficienti di produzione delle merci alla stregua del “combustibile per le macchine o del foraggio per il bestiame”. Adottando una simbologia oramai comune, indichiamo con  $B$  la matrice diagonale ( $n \times n$ ) delle quantità prodotte; con  $p$  il vettore dei prezzi delle  $n$  merci; con  $A$  la matrice ( $n \times n$ ) che ha come righe gli input di ciascuna industria; con  $\ell$  il vettore delle quantità impiegate di lavoro; con  $r$  il saggio del profitto e con  $w$  il saggio di salario (pagato post-factum). Dati i metodi di produzione delle  $n$  merci (dati cioè  $B$ ,  $A$  e  $\ell$ ), avremo, in condizioni di libera concorrenza, il sistema delle equazioni di prezzo:

$$(1) \quad B \cdot p = (1 + r)A \cdot p + w\ell$$

che, preso un numerario, ci darà, per ogni salario compreso tra zero e un certo massimo, un unico vettore dei prezzi ed un unico saggio del profitto non negativi.

Considerando questo sistema – che appare, come è noto, nel secondo capitolo di *Produzione di merci* - il primo passo di Mandler è quello di riproporre, contro Sraffa, tesi già espresse da autori come Jevons (1871) o Walras (1954) con riferimento agli “economisti classici inglesi”, ed in particolare a Ricardo. La prima tesi è che, presa una delle merci come numerario, se il salario non è al livello di sussistenza (per cui non può includersi tra i mezzi di produzione) avremo un sistema di  $n$  equazioni in  $n+1$  incognite (gli  $n-1$  prezzi relativi, il salario ed il saggio del profitto uniforme), e dunque una situazione in cui la concorrenza lascerebbe i prezzi relativi indeterminati (Mandler, 1999a: 696). La seconda tesi riproposta da Mandler è che il grado di indeterminatezza del sistema risulterà perfino di ordine

---

<sup>2</sup> Mandler chiama questa indeterminatezza “sraffiana” sia perché, come detto, essa implicherebbe che “considerazioni esterne” di tipo “non economico” dovranno fissare prezzi e distribuzione del reddito; sia perché essa potrebbe sorgere solo ipotizzando coefficienti di produzione fissi ed una visione circolare del processo di produzione e consumo del tipo che troviamo in *Produzione di merci a mezzo di merci*. Per Mandler, come per Geanakoplos (1987: 122), nell’equilibrio economico generale non si avrebbe invece questa visione di “merci prodotte da merci” quando si consideri un orizzonte temporale finito.

superiore quando si ammetta che le quantità prodotte non possono, come in Sraffa, considerarsi date, ma sono esse stesse delle incognite da determinare. Nelle equazioni di prezzo di Sraffa, infatti, non si fa menzione, nota Mandler, “of the demand for commodities, endowments, or the equilibrium of demand and supply”, ed in loro assenza un vettore di prezzi, salario e saggio del profitto che soddisfi quelle equazioni “may not be consistent with market clearing” (Mandler, 1999a: 696).

5. Già Walras aveva sostenuto che se per questa ragione si trasformassero le quantità prodotte in incognite da determinare, anche ipotizzando dato il salario, ci si troverebbe comunque con un sistema dei prezzi indeterminato. Considerando il sistema (1) avremmo infatti ora  $n$  equazioni in  $2n$  incognite (le  $n$  quantità prodotte, gli  $n-1$  prezzi ed il saggio del profitto)<sup>3</sup>, ed una situazione di “equazioni mancanti” per sua natura simile a quella a cui si riferiva Walras (1954: 425):

“the English economists are completely baffled by the problem of price determination; for it is impossible for  $I$  to determine  $P$  at the same time that  $P$  determine  $I$ . In the language of mathematics one equation cannot be used to determine two unknowns”,

dove  $P$  è per Walras il valore del prodotto (aggregato) al netto delle rendite,  $I$  sono i profitti, e la relazione considerata è  $P = S+I$ , con  $S$  pari ai salari.

In realtà, dato il salario, e dati i metodi di produzione, i prezzi delle merci risulteranno univocamente determinati<sup>4</sup>. Ciò che però Walras aveva in mente, e che Mandler riprende dai “critici neoclassici” di Sraffa<sup>5</sup>, è da un lato che le quantità prodotte non possono che determinarsi in termini di domanda e offerta; e, dall’altro, che quando il salario non è al livello di sussistenza, sarà *necessario* introdurre le funzioni di domanda e le condizioni di “market clearing” per determinare i prezzi relativi<sup>6</sup>. Si ha allora qui il primo errore che per Mandler Sraffa commetterebbe, quello di prendere come date le quantità prodotte. Piuttosto che essere un segno del

<sup>3</sup> Nel sistema (1) si dovrebbero in realtà calcolare i coefficienti tecnici di produzione ed ipotizzare rendimenti di scala costanti, che è quanto troviamo in effetti in Walras.

<sup>4</sup> Come sottolineato ad esempio da Arrow e Starret (1983 [1973]: 229), dato il salario  $w$  ed i metodi di produzione  $(a, \ell)$ , le equazioni di prezzo  $p = (1+r)a \cdot p + w\ell$  “though a subsystem of the complete set of equations of general equilibrium, form a complete system in the prices alone”.

<sup>5</sup> Si noti che per quanto Mandler si riferisca in genere agli errori che secondo i “critici neoclassici” Sraffa commetterebbe, egli fa proprie quelle critiche. Così riguardo alle condizioni di “market-clearing” Mandler (1999a: 694) scrive: “Sraffa does not discuss whether demand must equally supply; so this requirement may well be compatible with his economic philosophy”.

<sup>6</sup> Così per Walras la teoria classica di Smith e Ricardo non avrebbe considerato né che la produzione è limitata dalle risorse disponibili, nè che non è lecito assumere come dato il salario quando non è al livello di sussistenza. Il non aver tenuto conto di ciò avrebbe portato ad una determinazione “arbitraria” della distribuzione, e a non distinguere “the knowns and unknowns of the problem” (Walras, 1954: 396. Cfr. anche 1954: 47 e 417-418). Simile è la posizione di Jevons (1871:269), per il quale il tentativo di Ricardo di ricavare la relazione tra salari e profitti dall’equazione “Production = Profits + Wages” risulterebbe “radically fallacious”, fondandosi “[on] the attempt to determine two unknowns from one equation”.

fatto che ci si trova di fronte ad una teoria del valore diversa da quella in termini di domanda e offerta, questo modo di procedere di Sraffa appare a Mandler perfino sorprendente. Riferendosi a condizioni di libera concorrenza e razionalità degli agenti (ovvero dei produttori, che minimizzano i costi di produzione), Sraffa infatti non avrebbe potuto che seguire le ipotesi proprie della teoria neoclassica (cfr. Mandler, 1999a: 693). Pertanto, il grado di libertà che troviamo nelle sue equazioni di prezzo non sarebbe dovuto di fatto esistere. Nelle parole di Mandler (1999b: 48)

“if we incorporate preferences and demand into Sraffa’s *long-run framework*, the neoclassical mechanism for determinacy will *close* the model: if  $w$ ,  $r$  or goods prices were to deviate from an equilibrium configuration, the long-run demand for labour would change, violating market-clearing.”<sup>7</sup>

6. Il riferimento nel passo appena citato al lungo periodo ci porta d’altra parte all’altro principale errore che Mandler attribuisce a Sraffa, quello di non distinguere i prezzi per data, ipotizzando così uno stato stazionario, e dunque un equilibrio “inhospitable to indeterminacy” (Mandler, 1999a: 694. Cfr. anche 1999b: 47-48).

Infatti, qualunque sia il numero delle merci prodotte e dei fattori della produzione considerati, le funzioni di domanda e offerta che Mandler ha introdotto in Sraffa saranno certamente in grado di “chiudere” il sistema dei prezzi solo in un caso particolare di ciò che Mandler ha ormai trasformato in un modello di equilibrio economico generale. Il caso è quello in cui le proporzioni tra i diversi tipi dei beni capitale, così come la quantità di capitale impiegato per lavoratore, non siano date, ma siano determinate endogenamente, in modo da generare un saggio di rendimento uniforme sul capitale ed una distribuzione del reddito che renda nulli i risparmi netti per lavoratore. In questo caso la distribuzione non cambierà nel tempo, ed i prezzi dal lato degli input e dal lato degli output risulteranno tra loro uguali (o tra loro proporzionali) (cfr. Mandler, 1999a: 699). Dato che in Sraffa non si distinguono i prezzi per data, egli si riferirebbe allora proprio a casi del genere e poco realistici di “stati stazionari”, dove non si ha indeterminatezza, ma non si terrebbe conto che “changes through time in quantities will generally be inconsistent with stable relative prices” (cfr. Mandler, 1999b: 32).

Abbandonando di contro l’ipotesi di stato stazionario, per Mandler non solo si avrà un’ulteriore prova della necessità di introdurre le condizioni di domanda e offerta per “chiudere” il sistema dei prezzi, ma potrà ripresentarsi l’indeterminatezza da lui detta sraffiana.

Il primo punto è per Mandler quasi banale. Assumendo che non si facciano né extraprofitti né perdite, e dati i metodi di produzione, indicando con  $p^0$  e  $p^1$  i

---

<sup>7</sup> Vedremo poi come il “lungo periodo” non vada confuso con lo “stato stazionario”, e come in Sraffa non vi sia alcuna idea di date dotazioni dei fattori della produzione, né alcuna *necessità* di introdurre le “condizioni di domanda”. Mandler, nell’interpretare Sraffa, sembra per certi aspetti seguire Bliss (1975) e Hahn (1975: 362; 1982: 35), e per altri Arrow (1968 [1988]) e Arrow e Starret (1973 [1988]), e senza mai riconoscere che Sraffa dichiara, fin dall’introduzione di *Produzione di merci*, di muoversi entro la struttura analitica “degli economisti classici da Smith a Ricardo” (cfr. Sraffa, 1960: xxii-xxiii).

vettori di dimensione  $n$  dei prezzi (non scontati) rispettivamente delle merci al tempo zero e al tempo 1, avremo il sistema

$$(2) \quad B \cdot p^1 = (1+r)A \cdot p^0 + w\ell$$

dove, anche prendendo come dati le quantità prodotte in  $B$  ed il salario  $w$ , oltre ad  $A$  e  $\ell$ , e presi come numerari la merce 1 al tempo 0 e al tempo 1 (posti cioè i prezzi non scontati  $p_1^0$  e  $p_1^1$  pari a 1), ci troveremmo comunque con  $n$  equazioni in  $2n - 1$  incognite (ovvero il saggio del profitto  $r$ , gli  $n-1$  prezzi relativi del periodo 0, e gli  $n-1$  prezzi relativi del periodo 1). Secondo Mandler saremmo perciò costretti a fare un salto nella teoria neoclassica, ed in particolare negli equilibri Arrow-Debreu – o in caso, introducendo le aspettative sui prezzi futuri, negli equilibri temporanei. Distinguendo i prezzi per data di consegna delle merci, l'assenza delle condizioni di equilibrio tra domanda e offerta genererebbe infatti un tipo di indeterminatezza, per così dire, “non sraffiana”, nel senso che, se anche si prendesse come dato il saggio del salario (o il saggio del profitto)<sup>8</sup>, i prezzi e la variabile distributiva incognita non sarebbero univocamente determinati.

7. Come vedremo nella prossima sezione, Mandler ritiene però che proprio la distinzione delle merci per data di consegna possa far sì che l'indeterminatezza detta “sraffiana” si manifesti nonostante l'introduzione delle condizioni di “market clearing”. In particolare, egli afferma che tale indeterminatezza potrà manifestarsi se i) si considera un contesto di equilibrio intertemporale sequenziale non stazionario; ii) non si hanno funzioni di produzione differenziabili<sup>9</sup>; iii) i fattori della produzione (o almeno alcuni di essi) sono offerti inelasticamente; iv) il numero dei prodotti è inferiore al numero degli inputs della produzione (al numero cioè dei diversi tipi di lavoro e beni capitale). Per Mandler (1999: 694), infatti, quando le dotazioni delle risorse risultano determinate dalle passate decisioni di produzione, non vi saranno, di norma, fattori in eccesso di offerta. Ed in tal caso, sotto le ipotesi sopra elencate, le condizioni di market clearing dei fattori della produzione fisseranno, indipendentemente dalle altre equazioni, le quantità prodotte delle merci, senza al tempo stesso concorrere alla determinazione dei prezzi. Data la condizione (iv) si potrà allora avere che, come in Sraffa, “un numero infinito di vettori dei prezzi” risulti compatibile con “un singolo vettore delle quantità prodotte” (Mandler, 1999: 693).

<sup>8</sup> Si tratterebbe in tal caso del saggio proprio di interesse della merce scelta come numerario.

<sup>9</sup> Nel caso di funzioni di produzione differenziabili secondo Mandler le condizioni di uguaglianza tra i prodotti marginali dei fattori ed i loro saggi di remunerazione garantirebbero che l'equilibrio sia determinato (cfr. Mandler, 1999b: 22-23, e Mandler, 1995: 430). Mandler ne ricava che “(e)arly worries about factor substitution were well justified: in the absence of sufficient substitutability, factor demand will be inelastic and factor prices *can be* indeterminate” (Mandler, 1999b: 16, corsivo nostro).

### III. L'INDETERMINATEZZA SEQUENZIALE DI MANDLER.

8. Per chiarire le tesi di Mandler circa la indeterminatezza sequenziale, iniziamo considerando il caso che egli espone in un articolo del 2002 su *Metroeconomica*. Ipotizziamo una economia in cui vi siano due puri beni di consumo, le merci 1 e 2, e tre puri fattori produttivi, le merci 3, 4 e 5. I fattori produttivi sono le sole merci inizialmente disponibili, rispettivamente nelle quantità  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  e  $\omega_5$ , ed i beni di consumo sono le sole merci desiderate dai consumatori.

Indicato con  $p \in \mathbb{R}_{++}^5$  un vettore di prezzi non negativi e non tutti nulli, per le merci 1 e 2 consideriamo le funzioni di domanda di mercato  $z_1(p)$  e  $z_2(p)$  con le consuete proprietà. Riguardo alla produzione, assumiamo che essa avvenga attraverso attività a coefficienti fissi, che non ci sia produzione congiunta e che non ci siano metodi alternativi di produzione. In particolare, indicheremo con  $a_{ij}$  la quantità della merce  $j$  impiegata per produrre una unità della merce  $i$ , con  $j = 3, 4, 5$  e  $i = 1, 2$ .

Come è noto, un vettore di prezzi  $p \in \mathbb{R}_{++}^5$  ed un vettore di quantità prodotte  $y \in \mathbb{R}_{++}^2$  sono un equilibrio per l'economia che stiamo considerando se e solo se essi soddisfano le seguenti condizioni<sup>10</sup>:

$$(3) \quad z_1(p) = y_1$$

$$(4) \quad z_2(p) = y_2$$

$$(5) \quad \omega_3 \geq a_{13}y_1 + a_{23}y_2 \quad \text{con "=" se } p_3 > 0$$

$$(6) \quad \omega_4 \geq a_{14}y_1 + a_{24}y_2 \quad \text{con "=" se } p_4 > 0$$

$$(7) \quad \omega_5 \geq a_{15}y_1 + a_{25}y_2 \quad \text{con "=" se } p_5 > 0$$

$$(8) \quad p_1 \leq a_{13}p_3 + a_{14}p_4 + a_{15}p_5 \quad \text{con "=" se } y_1 > 0$$

$$(9) \quad p_2 \leq a_{23}p_3 + a_{24}p_4 + a_{25}p_5 \quad \text{con "=" se } y_2 > 0$$

$$(10) \quad p_1 = 1.$$

<sup>10</sup> Le condizioni di equilibrio (3) e (4) sono state scritte col segno di uguaglianza, e non con la disuguaglianza debole come in gran parte della letteratura, per la seguente ragione.

Le merci 1 e 2 non sono inizialmente disponibili, sicchè la merce 1 (oppure la 2) può essere in eccesso di offerta soltanto se essa è prodotta in quantità strettamente positiva. In più, l'eccesso di offerta sarebbe compatibile con l'equilibrio soltanto se il suo prezzo fosse zero. Ma dato che la quantità prodotta dovrebbe essere strettamente positiva, la (8) (oppure la (9)) implicherebbe che anche i prezzi di tutti gli input dovrebbero essere nulli, e con essi dovrebbe essere nullo anche il prezzo dell'altro prodotto.

Quindi, poiché un equilibrio con prezzi nulli di tutte le merci non è ammissibile (le stesse funzioni  $z(p)$  non sono definite quando  $p$  è il vettore nullo), si ha che in equilibrio non può esserci eccesso di offerta delle merci 1 e 2.

L'eccesso di condizioni sulle incognite è soltanto apparente, dal momento che, per la legge di Walras, le prime sette condizioni non sono tra loro indipendenti, ma ciascuna di esse è implicita nelle altre sei. Così, per lo studio delle soluzioni di equilibrio possiamo trascurare la condizione (3), dal momento che essa sarà sicuramente soddisfatta quando le condizioni (4)-(9) siano soddisfatte. Eliminata la condizione (3), le rimanenti sono in numero appena sufficiente per la determinazione delle incognite.

Come vedremo di seguito, è possibile che la composizione fisica delle dotazioni iniziali, date le funzioni di domanda ed i coefficienti tecnici, sia tale che il sistema abbia un grado di libertà. Immaginiamo infatti di avere individuato una soluzione del sistema sopra scritto. In particolare ipotizziamo che i vettori  $\hat{p} \in \mathbb{R}_{++}^5$  e  $\hat{y} \in \mathbb{R}_{++}^2$  soddisfino tutte le condizioni di equilibrio (4)-(9). Se concentriamo l'attenzione sul modo in cui le condizioni (5)-(7) risultano soddisfatte, vi sono tre casi possibili:

- i) in equilibrio soltanto una delle tre condizioni (5)-(7) risulta soddisfatta col segno di uguaglianza, ed in tal caso la condizione soddisfatta con l'uguaglianza avrà reso  $\hat{y}_1$  una funzione di  $\hat{y}_2$  (o viceversa), e le altre due condizioni avranno determinato i prezzi dei due fattori in eccesso di offerta, che risulteranno entrambi nulli;
- ii) in equilibrio due delle tre condizioni (5)-(7) risultano soddisfatte col segno di uguaglianza, ed in tal caso le due condizioni soddisfatte con l'uguaglianza avranno determinato le quantità prodotte  $\hat{y}_1$  e  $\hat{y}_2$ , mentre la condizione soddisfatta con la disuguaglianza stretta avrà determinato il prezzo nullo del fattore in eccesso di offerta;
- iii) in equilibrio tutte e tre le condizioni (5)-(7) risultano soddisfatte col segno di uguaglianza, ed in tal caso esse avranno determinato soltanto due incognite, ovvero le quantità prodotte  $\hat{y}_1$  e  $\hat{y}_2$ .

Nel terzo caso, l'equilibrio da cui siamo partiti con il nostro ragionamento non può essere localmente isolato, ovvero esso sarà uno tra un continuo di possibili equilibri del sistema. Infatti, nel terzo caso, le tre condizioni (4), (8) e (9) non potranno determinare univocamente i quattro prezzi relativi  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  e  $p_5$ , e si ha pertanto l'indeterminatezza degli equilibri.

**9.** Naturalmente, come accennato all'inizio, affinché questo tipo di indeterminatezza si manifesti occorre che la composizione fisica delle dotazioni iniziali – cioè il vettore  $\omega = [\omega_3, \omega_4, \omega_5] \in \mathbb{R}_{++}^3$  – non sia arbitraria ma determinata ad hoc in relazione alle funzioni di domanda dei prodotti ed ai coefficienti tecnici<sup>11</sup>. In altri

---

<sup>11</sup> Occorre inoltre che il numero dei prodotti sia inferiore a quello dei fattori. Infatti, se i prodotti fossero tre come i fattori, allora avremmo due ulteriori equazioni e due ulteriori incognite, ovvero la quantità ed il prezzo di questo terzo prodotto. In tal caso, anche se le tre condizioni di market clearing dei fattori fossero tutte soddisfatte con l'uguaglianza, esse avrebbero determinato tre

termini, presi come dati le due funzioni di domanda ed i coefficienti tecnici, se il vettore delle dotazioni iniziali fosse scelto in modo casuale tra tutti i possibili vettori di tre componenti strettamente positive, allora la probabilità di avere l'indeterminatezza sarebbe nulla<sup>12</sup>. Ciò può essere verificato facilmente notando che, dato il vettore  $\omega$  delle dotazioni, ciascuna delle condizioni (5)-(7), se soddisfatta con l'uguaglianza, definisce una retta nello spazio delle coppie  $(y_1, y_2)$ . Così, le tre condizioni possono essere soddisfatte tutte con l'uguaglianza soltanto se le tre rette si intersecano in un unico punto; ma scegliendo casualmente tre rette, solo per caso queste passano tutte per un unico punto<sup>13</sup>.

L'argomento centrale di Mandler è quindi rappresentato dal ragionamento attraverso cui egli afferma che le dotazioni iniziali possono non essere arbitrarie, ma frutto di decisioni prese nel passato, in quella che chiama la "preistoria" del modello di equilibrio generale. L'idea è quella di cominciare considerando un equilibrio intertemporale riferito a due periodi. Se alcuni degli input sono dei prodotti allora, all'inizio del secondo periodo, le disponibilità di essi non saranno più casuali, ma saranno il frutto delle decisioni prese nell'istante zero, cioè all'inizio del primo periodo. In questo caso, come afferma Mandler, il vettore delle disponibilità all'inizio del secondo periodo  $\omega$  sarà proprio quello che, date le funzioni di domanda ed i coefficienti tecnici, genera indeterminatezza come nel caso sopra considerato.

In realtà, però, ciò non sarebbe sufficiente per ottenere l'indeterminatezza dell'equilibrio. Infatti, se l'equilibrio fosse di tipo Arrow-Debreu, in cui si assumono mercati a termine completi, i prezzi delle merci consegnate nel secondo periodo sarebbero determinati nell'istante zero, simultaneamente ai prezzi delle merci consegnate nel primo periodo. E nell'istante zero, in cui le dotazioni sono arbitrarie, l'equilibrio è genericamente localmente unico. Inoltre, come è noto,

---

incognite: le quantità dei tre prodotti. Rimarrebbero pertanto cinque equazioni per la determinazione dei cinque prezzi relativi.

<sup>12</sup> Nella letteratura successiva al contributo di Debreu del 1970 la questione è posta nei termini seguenti. Sia  $z: \mathbb{R}_{++}^5 \rightarrow \mathbb{R}_+^2$  una funzione vettoriale della domanda dei due beni di consumo;  $\omega = [\omega_3, \omega_4, \omega_5] \in \mathbb{R}_{++}^3$  un vettore delle dotazioni iniziali di fattori; e  $M$  una matrice  $(3 \times 2)$  che ha come colonne i coefficienti tecnici degli input nei due processi produttivi. La terna  $(z, \omega, M)$  individua una economia nello spazio topologico delle possibili economie  $S$ . Indicata con  $g(\cdot)$  una funzione differenziabile i cui punti fissi sono gli equilibri dell'economia, tale economia è detta regolare se  $\det[I - Dg] \neq 0$  in corrispondenza di tutti i punti fissi della funzione  $g(\cdot)$ , mentre in caso contrario l'economia è non regolare. Le economie regolari, che sono quelle i cui equilibri sono sicuramente localmente unici, hanno misura piena di Lebesgue nello spazio topologico  $S$  [cfr.: Mas-Colell, A. (1975); Kehoe, T.J. (1980) e Mas-Colell, A. (1985)]. Ciò significa che se la terna  $(z, \omega, M)$  è estratta a caso in  $S$ , allora la probabilità che l'economia abbia un continuo di equilibri è zero.

<sup>13</sup> Alternativamente, facendo riferimento ad un caso ancora più semplice di un bene prodotto con due fattori puri e due attività, è nulla la probabilità che ci si trovi su una delle due rette uscenti dall'origine con pendenza pari al rapporto con cui i fattori appaiono nei coefficienti di produzione, e dunque su un punto angoloso degli isoquanti di produzione. Anche senza ipotizzare coefficienti di produzione variabili ed offerte dei fattori funzione dei prezzi, gli equilibri risulterebbero così genericamente unici, con prezzi nulli per i fattori produttivi in eccesso di offerta.

raggiunto inizialmente un equilibrio Arrow-Debreu, anche qualora si ipotizzasse la riapertura dei mercati nei periodi successivi, essa risulterebbe superflua, poiché nessun agente avrebbe incentivo a modificare le decisioni prese, così che nessuna ulteriore transazione avrebbe luogo, ed i prezzi rimarrebbero quelli già determinati. In effetti nel tempo successivo all'istante iniziale si adempirebbe esclusivamente ai contratti stipulati: le ulteriori transazioni sarebbero impedito non dal fatto che i mercati sono chiusi, ma dal fatto che l'equilibrio è già stato raggiunto.

**10.** La riapertura dei mercati avrebbe dunque senso solo se, inizialmente, i mercati fossero in qualche modo incompleti. Così, Mandler assume che all'inizio del primo periodo sia *impossibile* acquistare direttamente i beni di consumo che saranno consegnati nel secondo periodo, e gli agenti possano, se vogliono, acquistare unicamente i beni capitale con cui i beni di consumo futuri saranno prodotti. Come egli scrive:

“In the first period, agents face the portion of the Arrow-Debreu price vector that corresponds to first period goods and unanimously anticipate that the remainder of Arrow-Debreu price vector, corresponding to second-period goods, will become market prices in the second period. We will assume that there are some intertemporal production activities which use first-period goods as inputs and yield second-period goods as outputs. Agents are able in the first period to purchase the outputs of these intertemporal activities for delivery in the second period.

In the second period, agents start out with their natural second-period endowments plus deliveries from the intertemporal activities. [...]

From the vantage point of the second period, the first period can be thought of as the pre-history of an Arrow-Debreu model, with the exception that now the endowments of agents in the second period are endogenously determined” (Mandler, 1995: 407-8).

Questo passaggio di Mandler (tra i pochi in cui egli si sofferma sulla questione) non è limpidissimo, cosicché una breve ricostruzione si rende necessaria. Mandler immagina un modello intertemporale su due periodi, in cui hanno luogo tre tipi di processi di produzione, ovvero: a) la produzione dei beni di consumo consegnati nel primo periodo, che avviene interamente all'interno di esso; b) la produzione dei beni capitale consegnati all'inizio del secondo periodo, che comincia nel primo periodo e termina nel secondo; c) la produzione dei beni di consumo consegnati nel secondo periodo, che avviene interamente all'interno del secondo periodo. Quindi, con l'espressione “intertemporal production activities” Mandler si riferisce ai processi di tipo b).

Ora, nel modello di Mandler, nel primo periodo si determinano i prezzi degli input inizialmente disponibili ed i prezzi dei prodotti che emergono dai processi di tipo a) e b), ovvero i prezzi dei beni di consumo consegnati nel primo periodo e dei beni capitale<sup>14</sup> consegnati all'inizio del secondo periodo. Ma per quanto riguarda i

---

<sup>14</sup> Sebbene l'interesse nei confronti di questa specificazione sarà più chiaro in seguito, possiamo fin da ora sottolineare che i prezzi dei beni capitali determinati nell'equilibrio del primo periodo devono

prezzi dei prodotti che emergono dai processi di tipo c), cioè i beni di consumo consegnati nel secondo periodo, nell'istante zero i loro prezzi saranno dei *prezzi attesi* (sebbene essi risultino determinati attraverso un sistema equivalente a quello Arrow-Debreu), dal momento che non è possibile concludere contratti che coinvolgano tali beni.

Data allora l'iniziale incompletezza dei mercati, la loro riapertura all'inizio del secondo periodo non risulterà più superflua. Infatti, soltanto attraverso le contrattazioni che hanno luogo all'inizio del secondo periodo i consumatori potranno cedere alle imprese il lavoro ed i beni capitale che hanno acquistato in passato, ricevendo in cambio i beni di consumo consegnati durante il secondo periodo. Inoltre, ed è per ciò che potrà sorgere l'indeterminatezza, in *questo* equilibrio del secondo periodo le quantità dei beni capitale saranno ormai date, essendo state prodotte ed acquistate nel passato (cioè nel primo periodo), sebbene non si tratti di quantità arbitrarie.

Così, essendo le quantità disponibili di beni capitale il frutto delle decisioni che gli agenti hanno preso, nel primo periodo, ragionando sulla base di un sistema di prezzi (effettivi e attesi) di fatto equivalente a quello dell'equilibrio Arrow-Debreu, nell'equilibrio del secondo periodo nessun tipo di bene capitale sarà in eccesso di offerta<sup>15</sup>. All'equilibrio del secondo periodo si applicherà pertanto quanto esposto con l'esempio del §8, e cioè, se il numero degli input è superiore a quello degli output, esso risulterà indeterminato.

Riassumendo, in Mandler l'equilibrio del primo periodo è, di fatto, un equilibrio temporaneo in cui le aspettative circa i prezzi dei beni di consumo futuri sono però determinate, simultaneamente ai prezzi correnti, sulla base di un sistema di condizioni equivalente a quello che si avrebbe con mercati a termine completi tipo Arrow-Debreu. L'equilibrio del secondo periodo è invece sostanzialmente atemporale, dal momento che si assume che non ci sia futuro dopo il secondo periodo. Sotto certe assunzioni, che in parte abbiamo anticipato e che discuteremo nel dettaglio in seguito, Mandler afferma che l'equilibrio del secondo periodo così concepito potrà risultare, a differenza dell'equilibrio intertemporale Arrow-Debreu, genericamente indeterminato.

#### IV. LE DECISIONI DI INVESTIMENTO E L'EQUILIBRIO SEQUENZIALE

**11.** Mentre Mandler si concentra prevalentemente sugli aspetti formali del suo risultato di indeterminatezza, ciò che qui ci interessa sottolineare è l'origine ed il significato di quel risultato in termini economici, il che richiede che siano chiariti alcuni aspetti della concezione del funzionamento dell'economia che è alla base della teoria dell'equilibrio intertemporale.

---

essere intesi come "prezzi di offerta", mentre i "prezzi di domanda" di quei beni andranno determinati con l'equilibrio del secondo periodo (cfr. oltre, note 20 e 21).

<sup>15</sup> Il lavoro disponibile nel secondo periodo potrebbe essere comunque in eccesso di offerta, anche quando la disponibilità di beni capitale è non arbitraria. Tuttavia, se assumiamo che l'equilibrio sia compatibile col pieno impiego del lavoro, non vi potranno essere input in eccesso di offerta.

Come è stato evidenziato da Garegnani (1976; 1990 e 2003), l'affermarsi dell'impostazione neo-walrasiana scaturisce dal fallimento dell'iniziale progetto marginalista di determinare i prezzi e la distribuzione in una posizione normale, intesa come il polo di attrazione verso cui la distribuzione ed i prezzi effettivi tenderanno sotto la spinta della concorrenza. E' infatti per la impossibilità da un lato di trattare il capitale come una data grandezza singola misurata in valore e, dall'altro, di determinare la distribuzione ed i prezzi normali prendendo come data arbitrariamente la composizione fisica del capitale, che la teoria neoclassica ha finito per abbandonare la nozione di equilibrio fino ad allora dominante, ripiegando sulle nuove nozioni di equilibrio temporaneo ed intertemporale.

In particolare, con l'equilibrio intertemporale Arrow-Debreu, si assumono come date le preferenze individuali, le condizioni tecniche di produzione e le dotazioni iniziali del lavoro, delle risorse naturali e dei singoli beni capitale. Tuttavia, mentre il prendere come data la dotazione dei beni capitale risultava in Walras incompatibile con l'uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale sul loro prezzo d'offerta, e quindi con l'equilibrio normale che egli intendeva determinare, in Arrow-Debreu l'arbitraria composizione fisica iniziale del capitale non costituisce più un problema. Infatti, nell'equilibrio Arrow-Debreu, i beni capitale inizialmente disponibili sono trattati come se fossero delle risorse naturali: le decisioni inerenti la loro produzione sono state prese in passato e non possono essere cambiate, e del costo di produzione che si è sostenuto non si ha più memoria.

Per quanto riguarda, invece, le quantità dei beni capitale che *non sono* inizialmente disponibili, e che devono essere prodotte, esse saranno determinate sulla base dei loro prezzi di offerta e di domanda, secondo un meccanismo analogo a quello che conduce, nelle versioni tradizionali della teoria, alla *uniformità* del saggio di rendimento dei beni capitale sul loro prezzo d'offerta. Più precisamente, secondo la logica dell'equilibrio intertemporale, la produzione di beni capitale durante il periodo  $t$  può aver luogo soltanto se ci sono degli individui disposti a domandare beni di consumo per un valore complessivo inferiore al loro reddito del periodo  $t$ ; ovvero se ci sono individui disposti a risparmiare. Questi individui, con i loro risparmi, acquistano dei beni capitale, da cui non traggono alcuna utilità diretta, e li cedono in uso alle imprese al fine di ampliare i loro redditi (e dunque i loro consumi) futuri.

Assumendo per semplicità che i beni capitale siano tutti circolanti, i risparmiatori acquisteranno i beni capitale in  $t$  pagando il loro prezzo di offerta, cioè coprendo i loro costi di produzione in termini di merci consegnate in  $t$ . I beni capitale vengono quindi ceduti in uso alle imprese in cambio della promessa di consegna di merci in  $t+1$ . La quantità di merci consegnate in  $t+1$  pagata dalle imprese per l'uso di un bene capitale di un certo tipo rappresenta *il suo prezzo di domanda*<sup>16</sup>. In equilibrio, il rapporto tra il prezzo di domanda ed il prezzo di offerta

---

<sup>16</sup> In generale si distingue il "prezzo del servizio" del bene capitale dal suo "prezzo di domanda" essendo, nel caso dei beni capitale circolanti, il secondo pari al valore scontato del primo. Tuttavia, visto che nell'equilibrio Arrow-Debreu i prezzi si intendono già scontati, per non appesantire

deve essere lo stesso per tutti i tipi di beni capitale consegnati in  $t$  in quantità strettamente positive<sup>17</sup>. Infatti, se per un tipo di beni capitale il rapporto tra il prezzo di domanda e quello di offerta fosse maggiore rispetto agli altri, i risparmiatori acquisterebbero soltanto beni capitale di questo tipo, cosicché solo questi beni capitale sarebbero prodotti (o meglio riprodotti). La composizione fisica del capitale impiegato in  $t+1$  sarà pertanto, in equilibrio, il risultato della tendenza alla uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale sul loro prezzo di offerta, che ha alla sua base il desiderio degli individui di ottenere il massimo rendimento dal loro risparmio.

**12.** Chiarito ciò possiamo allora tornare al caso trattato da Mandler. Nel primo periodo, come si è detto, si ha un equilibrio temporaneo in cui le aspettative sui prezzi futuri sono determinate come se ci fossero mercati completi di tipo Arrow-Debreu. Di conseguenza, le quantità dei beni capitale prodotti durante il primo periodo e consegnati all'inizio del secondo saranno quelle che si sarebbero determinate con l'equilibrio Arrow-Debreu. Ovvero, come abbiamo argomentato, la composizione fisica del capitale disponibile all'inizio del secondo periodo sarà quella che, nel caso di mercati a termine completi, avrebbe garantito l'uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale prodotti sui loro prezzi di offerta.

Tuttavia, nel mondo immaginato da Mandler, i mercati non sono completi. I prezzi di domanda – che hanno influenzato la composizione fisica del capitale e che avrebbero garantito, dati contemporaneamente i prezzi di offerta, quell'uniformità del saggio di rendimento – erano soltanto dei prezzi attesi, che potrebbero non coincidere con quelli determinati nell'equilibrio del secondo periodo. Infatti, è soltanto all'inizio del secondo periodo che avranno effettivamente luogo le contrattazioni per determinare il livello di equilibrio di questi prezzi in termini dei

l'esposizione eviteremo la distinzione tra i due concetti e parleremo soltanto di prezzo di domanda, fermo restando che il prezzo di domanda non scontato è il prezzo del servizio.

<sup>17</sup> Per il risparmiatore i beni capitale sono come dei perfetti sostituti. Come sappiamo, nel caso della scelta tra due beni perfetti sostituti, quando il loro prezzo relativo è diverso dal loro saggio marginale di sostituzione costante (ovvero quando i due rapporti tra l'utilità marginale ed il prezzo sono diversi tra loro), allora soltanto uno dei due beni sarà acquistato (quello col rapporto più alto), mentre la domanda dell'altro cadrà a zero. L'acquisto di quantità strettamente positive di entrambi i beni è, quindi, possibile soltanto quando il prezzo relativo è esattamente pari al loro dato saggio marginale di sostituzione (ovvero quando i due rapporti tra l'utilità marginale ed il prezzo sono uguali). Analogamente, l'acquisto di quantità positive di più tipi di beni capitale da parte dei risparmiatori sarà possibile soltanto quando questi presentano tutti lo stesso rapporto (prezzo di domanda)/(prezzo di offerta) – e tale rapporto è quello più alto. Ne segue che, se nell'equilibrio Arrow-Debreu due o più tipi di beni capitale sono prodotti e consegnati nel periodo  $t$  al fine di essere impiegati nel periodo  $t+1$ , questi tipi di beni capitale devono avere, tra  $t$  e  $t+1$ , lo stesso saggio di rendimento sul loro prezzo di offerta. Se, ad esempio, i prezzi di offerta dei beni capitale sono espressi in termini di grano consegnato in  $t$ , ed i prezzi di domanda in termini di grano consegnato in  $t+1$ ; allora i beni capitale prodotti dovranno avere un rapporto prezzo di domanda / prezzo d'offerta pari a uno più il tasso dell'interesse proprio del grano. Ne segue che se invece ragionassimo in termini di prezzi scontati - cioè, ad esempio, anche i prezzi di domanda fossero espressi in termini di grano consegnato in  $t$  - allora i beni capitale prodotti dovrebbero avere un rapporto prezzo di domanda / prezzo d'offerta pari a uno.

beni di consumo consegnati in quel periodo. Ed in questo momento ciascun individuo, che ha già trasformato il proprio risparmio in beni capitale di un certo tipo, non è più in grado di modificare le decisioni prese in passato, cioè all'inizio del primo periodo, qualunque sia il sistema dei prezzi del secondo periodo.

Così, se i beni di consumo prodotti e consegnati nel secondo periodo sono in numero inferiore a quello degli input, allora, sulla base dell'argomento del §9, vi saranno, in generale, infiniti sistemi dei prezzi di domanda dei beni capitale compatibili con l'equilibrio. Di questi, naturalmente, soltanto uno – quello che coincide con i prezzi attesi – darà luogo alla uniformità dei saggi effettivi<sup>18</sup> di rendimento dei beni capitale sui loro prezzi di offerta; mentre, con gli altri sistemi, i beni capitale di tipo diverso avranno diversi rendimenti effettivi sui loro prezzi d'offerta.

Questa circostanza, che sarebbe stata incompatibile con l'equilibrio Arrow-Debreu sui due periodi, è invece compatibile con l'equilibrio del secondo periodo. Ciò discende dal fatto che, mentre nell'equilibrio Arrow-Debreu determinato all'inizio del primo periodo le quantità da produrre dei beni capitale erano ancora oggetto di scelta, nell'equilibrio del secondo periodo i beni capitale sono già stati prodotti e la composizione fisica del capitale non può essere più mutata. Pertanto, i sistemi dei prezzi che non danno luogo alla uniformità del saggio di rendimento sui prezzi di offerta dei beni capitale prodotti, e che quindi erano incompatibili con l'iniziale equilibrio Arrow-Debreu, riemergono come possibili equilibri del secondo periodo, generando l'indeterminatezza<sup>19</sup>.

**13.** Riassumendo, nella costruzione di Mandler si ha che, da un lato, la composizione fisica del capitale disponibile all'inizio del secondo periodo è determinata sotto la spinta della tendenza alla uniformità del saggio di rendimento (atteso) dei beni capitale sul loro prezzo d'offerta; mentre, dall'altro lato, si impedisce a questa stessa forza di concorrere, nella “second-period economy”, alla determinazione dei prezzi di domanda dei beni capitale. Non è quindi sorprendente che tali prezzi risultino indeterminati. Ciò è semplicemente dovuto al fatto che una parte rilevante del meccanismo che contribuisce alla loro determinazione è stato gettato via.

La riapertura dei mercati all'inizio del secondo periodo spezza, infatti, il legame tra i prezzi di offerta ed i prezzi di domanda dei beni capitale prodotti, lasciando i prezzi di domanda di essi indeterminati. In altri termini, nell'equilibrio intertemporale Arrow-Debreu non vi è nessuna indeterminatezza dei prezzi di domanda dei beni capitale prodotti perché questi debbono essere proporzionali ai rispettivi prezzi di offerta, ovvero il rapporto tra i prezzi di domanda di due diversi tipi di beni capitale deve essere pari al rapporto tra i loro prezzi di offerta, cioè tra i loro costi di produzione. Nell'equilibrio del secondo periodo considerato da Mandler, invece, i beni capitale in quel momento disponibili – al pari di quanto avveniva per i beni capitale disponibili all'inizio del primo periodo – vengono

---

<sup>18</sup> L'espressione “saggi effettivi di rendimento” qui si oppone a quella “saggi attesi di rendimento”.

<sup>19</sup> Ciò sarà formalmente analizzato nell'Appendice, a cui si rimanda.

considerati, secondo la logica dell'equilibrio intertemporale, come se fossero delle risorse naturali, e quindi sprovvisti di un costo di produzione e di un prezzo di offerta. Tuttavia, mentre le risorse naturali sono disponibili in quantità arbitrarie, così da poter generare eccessi di offerta e prezzi nulli, le quantità dei beni capitale disponibili all'inizio del secondo periodo non sono arbitrarie, ma "aggiustate" a seguito delle scelte effettuate nel primo periodo. Per questo ci sembra si possa dire che Mandler utilizzi ad hoc la tendenza alla uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale prodotti sui loro prezzi di offerta: la usa infatti per determinarne le quantità, ma non per determinare i prezzi<sup>20</sup>.

**14.** Vogliamo, per concludere, richiamare l'attenzione su quella che ci sembra essere una importante implicazione del ragionamento di Mandler. Come abbiamo visto nella Sezione III, l'ipotesi di Mandler circa la riapertura dei mercati all'inizio del secondo periodo si accompagna con l'ipotesi di incompletezza dei mercati a termine nel primo periodo. In esso non si possono concludere scambi che coinvolgano i beni di consumo consegnati nel secondo periodo, così che i loro prezzi sono semplicemente attesi, sebbene pari a quelli che si stabilirebbero qualora ci fossero mercati a termine completi di tipo Arrow-Debreu.

Ora, grazie al ragionamento di Mandler, sappiamo che anche se l'equilibrio del primo periodo fosse unico, l'equilibrio del secondo periodo sarà, in generale, indeterminato. Ciò significa che le aspettative sui prezzi futuri che gli agenti avevano formulato nel primo periodo ragionando come se il modello fosse Arrow-Debreu risulteranno, in generale, non corrette<sup>21</sup>. Questo ci pare un risultato decisamente sorprendente, a cui però Mandler dà poco risalto.

L'ipotesi eroica di completezza dei mercati a termine è stata resa più digeribile dicendo che essa è di fatto equivalente all'ipotesi che gli agenti abbiano informazioni complete e non commettano errori sistematici di previsione circa i prezzi futuri, per cui assumere aspettative corrette ed assumere mercati completi di tipo Arrow-Debreu risulterebbe semplicemente equivalente. Ciò è, ad esempio, esplicitamente affermato da Grandmont (1977: 535, corsivo nostro) all'inizio del suo noto contributo sull'equilibrio temporaneo<sup>22</sup>:

---

<sup>20</sup> Qualora nell'equilibrio del secondo periodo si avesse memoria dei prezzi di offerta e quindi i prezzi di domanda fossero determinati tenendo conto di essi, sulla base della uniformità del loro saggio di rendimento, allora si può dimostrare che: i) l'indeterminatezza scompare; ii) i prezzi sono determinati indipendentemente dalle funzioni di domanda (cfr. su ciò di nuovo l'Appendice a questo lavoro).

<sup>21</sup> Sulla base degli argomenti fin qui sviluppati si vede come ad essere in realtà indeterminati siano i prezzi dei fattori, e di conseguenza i prezzi dei prodotti in termini di uno dei fattori. Essi assumeranno quindi, in generale, valori diversi da quelli attesi ragionando come se ci fossero mercati a termine completi (così, se cibo e vestiti sono prodotti con lavoro, ferro e carbone, per quanto il prezzo del cibo in termini di vestiti sia esattamente quello atteso, il prezzo del cibo in termini di lavoro comandato o di ferro o di carbone sarà indeterminato, e quindi, in generale, diverso da quello atteso).

<sup>22</sup> L'idea che l'equilibrio sequenziale con aspettative razionali ed informazioni perfette sia equivalente all'equilibrio Arrow-Debreu con mercati completi aperti nel solo istante iniziale traspare anche in Lucas (1988: 9) quando nota che nel modello Ramsey-Solow di crescita ottimale "the

“One of the great achievements of economic theory in the past two decades has been the rigorous construction of the Walrasian theory of value, which is commonly referred as the ‘Arrow-Debreu theory’ [...]. In this theory, each commodity is described by its physical characteristics, by its location and its date of availability, and by the state of the environment in which it is available. It is assumed that there is a complete set of futures markets, one for each such ‘contingent commodity’ [...]. In this interpretation, all contracts are made at the beginning of all times, and there is no incentives to reopen the markets later on. *Another interpretation of the same formal model*, which make clearer its intertemporal structure, is the following: [...] one can assume that there is a sequence of spot markets, one for each date and each elementary state of nature at that date. The existence of a complete set of future markets is replaced by the assumption that there are enough institutions (e.g., markets for securities payable in units of account) which enable the economic units to transfer wealth freely over time and across states of nature. The assumption that the agents all face the same price system in the first interpretation means now that they have common and perfect foresight of future prices and interest rates.”

Mandler, al contrario, ci dice che questo non è vero: le aspettative di prezzo che si sono formate come se fossimo in un mondo alla Arrow-Debreu possono non essere corrette, ed anzi in generale non lo saranno. Secondo Mandler, infatti, i prezzi delle merci del secondo periodo determinati, all’inizio del primo, sulla base di un sistema equivalente a quello con mercati a termine completi, formeranno soltanto uno degli infiniti sistemi dei prezzi che in generale emergeranno come equilibrio del secondo periodo. Più precisamente, il risparmiatore che nel primo periodo ha investito in beni capitale di un certo tipo, attendendosi di poter ottenere per essi certe quantità di prodotti consegnati nel secondo periodo, otterrà, in generale, quantità diverse da quelle attese. E questo avverrà non perché si è manifestato qualche “accidente” inizialmente imprevedibile, ma perché, stando a Mandler, la formazione delle aspettative sulla base di un sistema di equilibrio Arrow-Debreu può cogliere soltanto *una delle infinite* configurazioni che i prezzi potranno assumere nell’equilibrio del secondo periodo.

Stando così le cose, si avrebbe allora che: i) contrariamente a quanto scrive Grandmont, l’apparato formale di Arrow e Debreu non è suscettibile di una doppia interpretazione, poiché esso è in grado di determinare i prezzi corretti delle merci consegnate a termine soltanto se i mercati sono veramente completi; ii) come conseguenza di ciò, l’assumere che gli agenti si formino le aspettative sulla base di un sistema Arrow-Debreu risulta di fatto equivalente all’assumere che le aspettative siano arbitrarie, dal momento che tanto la prima ipotesi quanto la seconda conducono, in generale, ad errori di previsione. L’equilibrio Arrow-Debreu rimarrebbe quindi confinato alla mera curiosità teorica di un mondo immaginario in cui esistono mercati a termine completi<sup>23</sup>.

---

*optimal program* [...] is also the unique *competitive equilibrium* program, provided either that all trading is consummated in advance (...) or (and this is the interpretation I favor) that consumers and firms have rational expectations about future prices. In this deterministic context, rational expectations just means correct foresight”.

<sup>23</sup> L’irrelevanza di una situazione siffatta è d’altra parte ammessa. Così Bliss (1975: 61) osserva che con l’equilibrio intertemporale si ha “a construct to which time has been admitted but only after

## V. LA TEORIA DELLA DISTRIBUZIONE SECONDO SRAFFA.

**15.** Mandler sembra cogliere alcuni aspetti di quanto sopra detto quando osserva che appare difficile comprendere come un equilibrio sequenziale indeterminato possa procedere nel tempo dato che “there is no mechanism to lead second-period markets to equilibrate at the continuation equilibrium prices” (Mandler, 2003: 354) perché

“only the expectations that agents formed during the first period, and not any feature of markets narrowly construed, distinguish the continuation equilibrium from the rest”

e

“since agents will foresee this difficulty in the first period, they *will not anticipate any price vector with certainty*” (Mandler, 2003: 354. corsivo nostro).

Ne seguirebbe che anche nel primo periodo “behavior will differ from competitive equilibrium predictions” (ibidem, 354), cosicché, se volessimo, per risolvere l’indeterminatezza dei prezzi, seguire la strada indicata da Mandler, dovremmo o ipotizzare condizioni non concorrenziali<sup>24</sup>, oppure, volendo mantenere l’ipotesi di libera concorrenza, dovremmo riferirci a equilibri temporanei con aspettative esogene date arbitrariamente come in Hicks (1939)<sup>25</sup>, ma che poi Hicks stesso ha criticato (cfr. Hicks, 1965: 112-113).

In alternativa, per cercare di superare queste ed altre difficoltà delle teorie neowalrasiane<sup>26</sup> si dovrebbe tornare a quelle “posizioni normali” dell’economia che le prime versioni della teoria marginalista, da Walras a Wicksell, tentarono di spiegare senza riuscirvi, ma che possono essere trattate seguendo l’impostazione degli economisti classici e di Sraffa. Ciò ci riporta ad alcune questioni di metodo, ed al fatto se in Sraffa vi sia o meno indeterminatezza dei prezzi. In particolare, ciò che ora cercheremo di mostrare (cfr. anche Petri, 2003) è che in Sraffa non vi è indeterminatezza, e che gli errori che Mandler vi intravede riflettono piuttosto caratteristiche della teoria classica che ritroviamo in *Produzione di merci*.

**16.** Consideriamo anzitutto l’alternativa a cui ci conduce l’analisi di Mandler. Come sottolineato da Garegnani (2005: 424), Mandler dovrebbe riconoscere che la questione che egli enfatizza circa la necessità di dotazioni non arbitrarie dei beni capitale dovrebbe valere anche per la sua “first-period economy”, cioè per le dotazioni di partenza del suo equilibrio intertemporale a due periodi. Se, infatti,

having been thoroughly sterilized. This was no real step towards a truly dynamic theory in which time would play its own peculiar and essential role”.

<sup>24</sup> Per Mandler (2003: 341) del resto l’indeterminatezza dei prezzi “undermines the price taking assumption of competitive models. Since arbitrarily small manipulation of factors supplies can dramatically increase a factor’s price, factor owners will not take prices to be parametric”. Cfr. anche Mandler (2003: 354).

<sup>25</sup> Come osserva Mandler (1999b: 40) negli equilibri temporanei “agents trade sequentially”, e le aspettative potranno rivelarsi erronee, sicché nei periodi successivi a quello iniziale alcune dotazioni dei beni capitale potranno risultare in eccesso di offerta.

<sup>26</sup> Su queste difficoltà cfr. oltre, §19. Cfr. anche Garegnani (1990 e 2003), e Petri (2004).

come dice Mandler, affinché si possa parlare di un “vero” equilibrio, i prezzi dovrebbero operare in modo che non vi siano fattori riproducibili in eccesso di offerta (cfr. Mandler, 1999a: 425), allora anche per il primo periodo del suo modello gli *stock* dei diversi tipi di beni capitale (di fatto prodotti in passato e con un loro costo di produzione) non dovrebbero essere presi come dati, ma dovrebbero essere determinati “endogenamente”, in modo che non vi possano essere prezzi nulli per i loro servizi<sup>27</sup>.

Ora, a meno di stati stazionari lontani dal realizzarsi, in questo caso la distribuzione del reddito tra i salari e i profitti risulterebbe determinata nella teoria neoclassica solo una volta che sia dato il *valore* del capitale per lavoratore. Ma è proprio la necessità di trattare il capitale in valore che ha condotto al fallimento le prime versioni della teoria marginalista, dal momento che quella quantità di capitale non può, come Mandler stesso riconosce, essere presa come data per la determinazione della distribuzione (si ragionerebbe altrimenti in circolo), né può, come ha spiegato Wicksell (1934), essere inserita all’interno di una funzione della produzione<sup>28</sup>.

**17.** L’analisi di Mandler finisce così per darci una ragione dello sforzo di Sraffa di porre le basi per una teoria del valore alternativa a quella neoclassica, e con ciò anche una risposta all’idea di indeterminatezza dei prezzi in Sraffa.

Se torniamo al sistema di equazioni (1) considerato nella sezione II, ed ipotizziamo rendimenti di scala costanti, esso coinciderà con quello che troviamo ad esempio in Walras<sup>29</sup>. Le equazioni di prezzo, infatti, di per sé ci dicono solo che, in condizioni normali, i prezzi delle merci dovranno coprire i costi unitari di produzione. E finché il salario, e dunque i costi, non risultano determinati, il sistema presenterà un grado di libertà che è ciò che permette ai prezzi di variare parametricamente.

<sup>27</sup> Cfr. anche Schefold (1975: 142). Così Schefold si domanda con riferimento alle quantità iniziali date dell’equilibrio intertemporale Arrow-Debreu “why this [ perfect] foresight did not exist *yesterday* to prevent the wrong stocks from accumulating”.

<sup>28</sup> Analizzando il dibattito tra Hicks e Robertson circa la possibilità di determinare una curva del prodotto marginale di qualche significato, Mandler ammette peraltro che tale possibilità si avrebbe solo considerando le merci “come forme trasmutate di pochi fattori produttivi base” tra cui il capitale (cfr. Mandler, 1999b: 30), potendosi altrimenti definire solo un prodotto marginale di breve periodo di scarso significato (cfr. Hicks, 1932. Si veda anche Marshall, 1980: 516; e Robertson, 1963: 27).

<sup>29</sup> Nel caso di terra sovrabbondante e capitale solo circolante l’equazione del prezzo di offerta  $P_k$  di un generico bene  $k$  prodotto ad esempio con la quantità  $k_p$  di lavoro, con la quantità  $k_k$  di se stesso e con la quantità  $k_{k'}$  di un altro bene capitale, sarebbe infatti in Walras:

$$P_k = k_p v_p + k_k v_k + k_{k'} v_{k'}$$

dove  $v_i$  (per  $i=p; k; k'$ ) indica il prezzo del servizio rispettivamente del lavoro e dei due beni capitale  $k$  e  $k'$ . Indicata allora con  $K$  la quantità prodotta della merce  $k$ -sima, e posto  $k_p=L_k/K=l_k$ ;  $v_p=w$ ;  $k_k=K_k/K$  e  $k_{k'}=A_k/K=a_k$ , poichè per il capitale (circolante) impiegato varrà, seguendo Walras, che prezzo di domanda e prezzo di offerta dei diversi tipi di beni capitale sono uguali, ovvero che  $P_j = P_j^d = v_j/(1+r)$ , dove  $r$  è il saggio di interesse, per sostituzione si arriverà all’equazione di prezzo di Sraffa.

Il “segreto dell’equazione mancante” nel sistema dei prezzi di Sraffa (cfr. Mandler, 2006: 3), e con ciò la distinzione tra Sraffa e Walras, sta allora in cosa si ritiene possa eliminare quel grado di libertà, e dunque in cosa si ritiene determini la distribuzione. Nella teoria neoclassica di Walras questa è determinata in termini di domanda e offerta, sulla base del principio di sostituzione tra beni e tra fattori della produzione. Di contro Sraffa, per la natura “soggettiva” di quell’approccio, ed il problema che vi si incontra nella trattazione del capitale, riscopre la strada tracciata dagli economisti classici e da Marx. Così egli determina i prezzi relativi considerando il salario come una grandezza data<sup>30</sup>, e ricavando i redditi diversi dai salari come un residuo - date le quantità prodotte lorde delle merci (cfr. Sraffa, 1960: XXXI-XXXII) e, almeno nella prima parte di *Produzione di merci*, dati i metodi di produzione.

**18.** Ma come detto nella sezione II, più che su riscontri testuali, che non potrebbero essere trovati<sup>31</sup>, l’insistenza di Mandler (1999a: 693) di trattare Sraffa come un caso speciale della teoria neoclassica ha origine nell’idea che un equilibrio *concorrenziale* di un qualche significato necessiti della condizione di “market-clearing” in tutti i mercati. Sraffa, secondo Mandler, sarebbe stato equivoco al riguardo, in particolare lasciando “the situation for labor (...) unspecified” (cfr. Mandler, 2006: 5). L’alternativa che ci si porrebbe è così per Mandler questa: o si ammette che il salario può cadere a zero (o crescere al suo valore massimo), ma allora l’equilibrio che si determina sarà privo di un reale significato economico; oppure, come già avvenuto in risposta all’argomento di indeterminatezza di Thornton (cfr. Mandler, 1999b: 55 e 64), si introduce nella teoria il principio di sostituzione, e con ciò le curve di domanda dei fattori della produzione<sup>32</sup>.

Troviamo qui la motivazione principale del modo in cui Mandler interpreta il sistema dei prezzi di Sraffa. Tuttavia, la scelta che ci viene posta riflette in realtà unicamente la difficoltà che Mandler ha di concepire una teoria del valore alternativa a quella neoclassica (cfr. ad esempio Mandler, 1999b: 54 e 71-73). Così, interpretando in termini di indeterminatezza (cfr. anche Borissov, 2002) l’idea, ripresa da Sraffa, di una distribuzione del reddito non prefissata da fattori naturali o tecnici (cfr. Pivetti 2000), ma determinata in base ai rapporti di forza “tra le parti in

<sup>30</sup> Nei termini di Marx (1970, III: 976. Cfr. anche 1970: I, 204) “in ogni paese, per un dato periodo, questo salario medio regolatore è una grandezza data. Il valore di tutti gli altri redditi ha così un limite (...)”.

<sup>31</sup> Come anche Hahn (1982: 365) finisce per ammettere in Sraffa non abbiamo alcuna dotazione di capitale, né alcuna dotazione di lavoro.

<sup>32</sup> Il che è anche quanto porterebbe all’abbandono della teoria classica del salario. Per Mandler, come già per Arrow (1968 [1983]: 109), sarebbero stati infatti i limiti del principio della popolazione da un lato, e la critica di Thornton, Longe e Walker alla dottrina del fondo salari di J.S. Mill dall’altro, a rendere necessaria l’introduzione del principio di sostituzione per determinare il saggio di salario. Così però Mandler attribuisce erroneamente (cfr. Stirati, 1999) a Smith e Ricardo la dottrina del fondo salari. Inoltre, egli non coglie che era implicito nella nozione classica di sussistenza che il salario possa rimanere al di sopra delle sussistenze anche per lunghi periodi di tempo (cfr. ad esempio Smith, 1776 [1976]: 73 e 78) – e ciò a seconda del “vantaggio relativo” delle parti nella contrattazione del salario.

lotta”, Mandler mostra di non comprendere che nella teoria classica lo studio di ciò che determina quei rapporti, e dunque la distribuzione<sup>33</sup>, è parte integrante della teoria. Nella teoria classica, infatti, si procede (cfr. Garegnani, 1981 e 2004) con una analisi per stadi logici separati. Dati il salario, le quantità prodotte ed i metodi di produzione, la teoria determina – come in Sraffa – i prezzi relativi ed il saggio del profitto, sulla base di relazioni certe ed univoche che scaturiscono dalla tendenza dei prezzi ai costi normali di produzione. La determinazione di quei dati – e con ciò, ad esempio, lo studio delle interazioni tra di essi, e con i prezzi ed il saggio del profitto – avviene invece in uno stadio distinto dell’analisi, perchè il prodotto di fenomeni sociali complessi, che si manifesteranno storicamente in modi differenti. Ciò è quanto si ritrova ad esempio in Smith quando tratta della divisione del lavoro, o ancora in Smith e Marx nelle loro analisi sul salario.

E’ la difficoltà a comprendere questo metodo composito di analisi che porta Mandler (1999b: 69) a criticare l’assenza in Sraffa di una determinazione simultanea di prezzi relativi e quantità prodotte<sup>34</sup>. Mentre però così si consente alla teoria economica di estendere al lungo periodo il principio della domanda effettiva, o di trattare nella teoria della natura sociale del consumo<sup>35</sup>, quella determinazione simultanea di prezzi e quantità non è necessaria in Sraffa. Come ci mostra anche il teorema di non sostituzione, dato il salario, e dati i metodi di produzione, non si ha infatti alcun bisogno delle “condizioni di domanda” per determinare i prezzi relativi. E le interazioni che certo vi saranno tra prezzi e quantità prodotte a livello di singola industria e per il complesso dell’economia potranno studiarsi con analisi specifiche, caso per caso, in uno stadio dell’analisi distinto da quello in cui si fisseranno i prezzi relativi.<sup>36</sup>

---

<sup>33</sup> Si tratta delle condizioni del mercato del lavoro (la “proporzione” tra la domanda e l’offerta di lavoro di cui parla Ricardo), ma anche del grado di organizzazione dei lavoratori, e della situazione politica e sociale di un paese. In base al livello di produttività raggiunto e alla storia passata, queste circostanze determineranno l’ammontare maggiore o minore del salario.

<sup>34</sup> Il che non significa (cfr. Mandler, 1999a: 694) che in Sraffa non si avrà alcuna uguaglianza tra la “domanda” e l’offerta dei beni. Con riferimento ai prezzi normali, che è ciò che Sraffa determina (cfr. Sraffa, 1960: 11), le quantità delle merci “portate al mercato” saranno pari alle loro “domande effettuali” (cfr. Smith, 1976 [1776]: I, VII).

<sup>35</sup> Di contro, fattori come gli effetti Veblen, o la dipendenza dei gusti dai prezzi e dal consumo, sono trattati nella teoria neoclassica (cfr. ad esempio Hammond, 1976; e Pollack, 1977), ma con ipotesi ad hoc.

<sup>36</sup> Che questo sia il metodo più proficuo per studiare le relazioni tra prezzi e quantità deriva da due caratteristiche che rendono incompatibile la teoria classica con la presenza di funzioni di domanda dei prodotti. La prima discende dall’assenza dell’idea che la flessibilità dei prezzi porterà al pieno utilizzo delle risorse. Così, anche prendendo come dato un certo sistema dei prezzi, il reddito dei singoli individui risulterebbe, nell’impostazione di Sraffa, indeterminato. Inoltre, se pure fosse determinato in corrispondenza di un certo sistema dei prezzi, l’assenza della tendenza al pieno impiego renderebbe arbitraria ogni ipotesi circa il cambiamento dei redditi individuali al variare dei prezzi. La seconda caratteristica riguarda invece l’importanza che, nella teoria classica, hanno elementi di natura sociale e storica. Le abitudini di consumo di ciascuna classe o ceto sociale sono, in questa impostazione, alla base delle decisioni di consumo degli individui. Di conseguenza, anche se i redditi individuali fossero determinabili in modo univoco insieme al sistema dei prezzi, le variazioni di quest’ultimo potrebbero generare un cambiamento nelle quantità domandate

Tornando allora al significato delle equazioni di prezzo di Sraffa, è proprio questa analisi separata di prezzi e quantità prodotte che fa sì che in Smith o Ricardo si abbia una nozione di posizione *normale* dell'economia con salari positivi e disoccupazione di lavoro, che è ciò di cui, secondo Hahn (1987), la teoria economica dovrebbe dotarsi, ma che invece, come visto, Mandler critica in Sraffa. Da un lato, infatti, per Smith o Ricardo, la libera concorrenza ha il solo effetto di condurre all'uniformità del saggio del profitto e dei salari per uno stesso tipo di lavoro; dall'altro, come anche Mandler (1999b: 54) riconosce, non vi si trova l'idea di una tendenza automatica alla piena occupazione. Veniva allora naturale ammettere che la concorrenza agisce in tutti i mercati entro istituzioni e norme sociali riconosciute, tra cui quelle che assicurano una certa rigidità verso il basso dei salari, e con ciò la possibilità di una riproduzione ordinata dell'economia (cfr. Levrero, 2005)<sup>37</sup> - garantendo, come scriveva Marshall (1980: 578), che i lavoratori non diventino “extravagant from the point of view of society at large”.

**19.** In Mandler la necessità di introdurre “le condizioni di domanda e offerta” nel sistema dei prezzi di Sraffa è spiegata però anche con la necessità di distinguere i prezzi per data. E questa necessità sorgerebbe (cfr. Mandler, 2002: 204) principalmente per il “carattere erratico” dei gusti dei consumatori, o dei metodi di produzione.

Mandler ci sembra qui non tener conto in primo luogo che in Sraffa non si è costretti dalla struttura della teoria ad abbandonare quel metodo delle “posizioni normali” che fino ad alcuni decenni fa si riteneva l'unico in grado di garantire che i prezzi di cui si tratta nella teoria possano concepirsi come quelli a cui, con il ripetersi degli scambi, tenderanno i prezzi effettivi o di mercato. Poiché infatti, per determinare la distribuzione, nella teoria classica non si ha bisogno né di un ammontare dato di capitale in valore, né di una relazione inversa tra il capitale impiegato ed il saggio dell'interesse, in essa non sorgono quei problemi relativi al “fattore produttivo” capitale che hanno portato (cfr. Garegnani, 1976; e Milgate, 1979) la teoria economica a distinguere le merci e i loro prezzi per data di consegna, e a introdurre così nella definizione stessa dell'equilibrio i mutamenti che i prezzi in una economia non stazionaria subiranno o ci si aspetta subiscano nel tempo.

L'altra incomprendimento in cui ci sembra cadere Mandler è quella di identificare le posizioni normali con lo stato stazionario così come oggi viene inteso. Questo però non è corretto<sup>38</sup>. Le posizioni normali studiate dagli economisti classici – così come poi l'equilibrio normale di Marshall e di tutte le versioni tradizionali della teoria neoclassica - erano concepite come il “centro di gravitazione” verso cui i

---

principalmente incidendo sulla struttura sociale e le abitudini degli individui. Ma in questo caso sarebbe intervenuto un cambiamento così radicale che l'ipotesi di tenere ferma ogni altra circostanza risulterebbe di fatto ingiustificata.

<sup>37</sup> L'idea che il salario debba cadere fintantoché permane un eccesso di offerta di lavoro apparirà in realtà nella teoria economica solo con la dottrina del fondo-salari, e dunque con l'idea che la caduta del salario porterà ad un aumento dell'occupazione – avendosi altrimenti l'assurdo di un salario che scende a zero.

<sup>38</sup> Sulle diverse concezioni di stato stazionario cfr. Robbins (1930) e Frisch (1936: 101 e 103).

prezzi effettivi saranno spinti dall'azione della concorrenza<sup>39</sup>. E questa tendenza verso i valori normali non si pensava richiedesse la loro costanza nel tempo, sebbene si ragionasse (cfr. ad esempio Marx, 1970, II: 413-414) *come se* essi fossero immobili. L'idea che troviamo in Smith e Ricardo, come poi in Walras o Marshall, non è infatti quella, come nel moderno stato stazionario, di sterilizzare qualsiasi tendenza al cambiamento, bensì di isolare le cause più o meno persistenti del valore da quelle di natura accidentale o transitoria. E come sembra indicarci von Mises (1933: 117) denominando tale metodo con l'aggettivo statico, è proprio per la possibilità di riferirsi così a valori medi o normali delle variabili che si riteneva si potessero studiare gli effetti dei cambiamenti nel tempo delle determinanti dei prezzi normali:

“One must not commit the error of believing that the static method can only be used to explain the stationary state of an economy, which, by the way, does not and never can exist in real life; and that the moving and changing economy can only be dealt with in terms of a dynamic theory. The static method is a method which is aimed at studying changes (...)”<sup>40</sup>.

L'abbandono di tale metodo a favore di una presunta “dinamicizzazione” della teoria, sebbene in linea di principio possibile, sembrerebbe d'altra parte aprire più problemi di quanti ne potrebbe risolvere. Non si sa ad esempio quale sia l'orizzonte temporale da considerare, o come prevedere i gusti delle generazioni future, o i cambiamenti futuri nelle tecniche di produzione (cfr. Hayek, 1935: 251). Inoltre, per uno studio delle tendenze del sistema economico, ci si dovrà di fatto riferire non all'equilibrio intertemporale in sé, ma a quelli che Hicks (1965) chiamava “esercizi di dinamica comparata” – ad una analisi cioè dei cambiamenti che si avrebbero nel sentiero dei prezzi datati e delle quantità prodotte al variare di uno o più dei dati del sentiero iniziale. La determinazione di un “equilibrio” intertemporale sembrerebbe allora avere poco a che fare con una analisi dei cambiamenti nel tempo del sistema economico. Ed anzi, il carattere arbitrario delle ipotesi che vi troviamo sembrerebbe

---

<sup>39</sup> Cfr. ad esempio Walras (1954: 224-225). E' la forte variabilità nel breve periodo delle grandezze economiche che ha portato la teoria economica a distinguere i prezzi osservati di giorno in giorno sul mercato - e variabili per ragioni le più diverse - dai prezzi normali. E mentre fino agli anni trenta del secolo scorso si riconosceva che, seppure non come una semplice media statistica (cfr. Marshall, 1980: V,V), la teoria non potrà che riferirsi a “fatti generali o medi” (cfr. Pareto, 1971: 26), con i prezzi datati sembra essersi persa la corrispondenza che deve esserci tra le variabili teoriche e la realtà (cfr. Ciccone, 1999; e Garegnani, 2002). Così i prezzi datati potranno essere pari a quelli effettivi solo se le aspettative di prezzo che all'inizio di ogni ciclo di produzione sono a base delle decisioni di produzione si realizzassero. Ma ciò (cfr. Fisher, 1984: 25) potrebbe avvenire solo se quelle aspettative scaturissero da una esperienza ripetuta, e dunque solo se vi fosse una ripetizione degli scambi, il che è escluso proprio dalla datazione dei prezzi.

<sup>40</sup> Il passo è tradotto e citato in Kurz e Salvadori (1995: 21). Per fare un esempio, è il confronto tra posizioni normali che consentiva a Wicksell di evidenziare i possibili effetti dell'accumulazione del capitale sulla distribuzione, cosa che sarebbe stata impossibile se egli avesse fatto riferimento al moderno stato stazionario, dal momento che due posizioni di stato stazionario che differiscano solo per l'ammontare di capitale in uso sono, a meno di molteplicità degli equilibri, inconcepibili.

porre dei limiti ad uno studio delle influenze reciproche che ad esempio si hanno tra la distribuzione e le innovazioni tecniche, o tra queste e l'accumulazione di capitale.

Per la teoria classica – dove, come detto, non sorge alcuna *necessità* di datare i prezzi - la strada suggerita da Mandler per studiare i cambiamenti nel tempo delle variabili economiche sembrerebbe pertanto sterile, come sterile sembra essere stata quella intrapresa dalla teoria neoclassica con il passaggio agli equilibri intertemporali (cfr. Backhouse, 1998; e Blaug, 2003)<sup>41</sup>. L'attenzione si sposterebbe infatti sugli aspetti matematico-formali dei modelli e sull'eleganza degli strumenti utilizzati. Si avrebbe così quella “matematizzazione” della teoria, e quella progressiva perdita di legame tra l'analisi teorica ed il mondo reale, che già è stata rilevata con riferimento alla teoria neoclassica (cfr. Clower, 1995), e che von Neumann, a torto o a ragione, temeva si verificasse per le stesse discipline matematiche:

“As a mathematical discipline travels far from its empirical source (...) it becomes more and more purely aestheticizing, more and more purely l'art pour l'art. This need not be bad, if the field is surrounded by correlated subjects which still have closer empirical connections (...). But there is a grave danger that the subject will develop along the line of least resistance, that the stream, so far from its source, will separate into a multitude of insignificant branches (...)” (von Neumann, 1947: 196).

**20.** In conclusione, Mandler ci sembra in errore quando afferma che le equazioni di prezzo di Sraffa necessiterebbero delle “condizioni di domanda”, e che senza di esse sorgerebbe l'indeterminatezza detta sraffiana. Quando infatti, come visto, la teoria di Sraffa è collocata all'interno dell'impostazione classica cui egli si richiama, essa non presenta alcun elemento di indeterminatezza.

Ma Mandler ci sembra allora in errore anche quando ritiene necessaria l'indeterminatezza sequenziale per poter avanzare una spiegazione della distribuzione di tipo “sraffiano”. Anzi, come abbiamo mostrato nella sezione IV, egli finisce qui per combinare elementi dell'equilibrio intertemporale con altri estranei ed incompatibili con quell'impostazione. L'indeterminatezza sequenziale sorge infatti perché Mandler determina la composizione fisica del capitale sulla base della tendenza all'uniformità del saggio di rendimento dei beni capitale sui

---

<sup>41</sup> L'enfasi che Mandler pone sulla rapidità del progresso tecnico o sugli effetti che cambiamenti nelle quantità prodotte potranno avere sui metodi di produzione risulta d'altra parte eccessiva. I cambiamenti nelle quantità prodotte in tal caso rilevanti sono infatti quelli associati all'accumulazione di capitale, ed anche in questo caso i metodi produttivi potranno variare solo saltuariamente (cfr. ad esempio Sraffa, 1960: 97). Si dovrà poi distinguere tra cambiamenti nelle condizioni soggettive di produzione (per i quali non si avrà alcun mutamento nei prezzi, e le imprese che adottano le tecniche più avanzate otterranno solo degli extraprofiti), e cambiamenti nelle condizioni sociali di produzione, che determinano invece un mutamento nei prezzi e nella distribuzione. Questi cambiamenti non saranno di solito così rapidi da sconvolgere qualsiasi base di calcolo degli investitori, rendendo impossibile definire, in ciascun momento e per ciascuna merce, il metodo di produzione normale (cfr. Hicks, 1965: 326-327; o Smith, 1776, II, III, par. 32). Essi poi potrebbero perfino favorire l'aggiustamento verso una posizione normale (cfr. Parrinello, 1990), rendendo più rapida la circolazione delle informazioni, o più flessibili gli impianti di produzione.

loro prezzi di offerta, senza poi permettere a quella stessa tendenza di concorrere alla determinazione dei prezzi di domanda dei beni capitale.

Ci rimane il suggerimento di Mandler che, a differenza che nell'economia Arrow-Debreu, la composizione fisica iniziale del capitale non debba essere arbitraria. Come abbiamo argomentato, ciò ci riporterebbe a quelle "posizioni normali" dell'economia che le prime versioni della teoria marginalista, da Walras a Wicksell, avevano, senza successo, cercato di determinare. Ma ciò è anche quanto ci dà una delle ragioni dello sforzo di Sraffa di porre le basi per una teoria del valore alternativa a quella neoclassica.

### APPENDICE. L'EQUILIBRIO SEQUENZIALE.

1. Mandler considera una economia intertemporale sequenziale su due periodi: 0-1 e 1-2. Nel primo periodo si ha un equilibrio temporaneo, determinato all'istante 0, in cui le aspettative sono determinate ragionando come se ci fossero mercati completi di tipo Arrow-Debreu. Nel secondo periodo, invece, si ha un equilibrio atemporale con produzione, determinato all'istante 1, in cui le dotazioni iniziali dei beni capitale non sono casuali, ma sono quelle che emergono dalle decisioni prese nel periodo precedente.

L'equilibrio del primo periodo si presenta formalmente come quello di un modello Arrow-Debreu, con alcune varianti che diremo dopo. Assumiamo così che in ciascun periodo vi siano cinque merci<sup>42</sup>: due puri beni di consumo, che indicheremo con i suffissi 1 e 2, e tre puri fattori della produzione, che indicheremo con i suffissi 3, 4 e 5. La merce 5 è un fattore non producibile, il lavoro, mentre le merci 3 e 4 sono beni capitale circolanti. Il prezzo  $p_{i,j}$  è il prezzo della merce  $i$ -esima consegnata nel periodo  $j$ -esimo. Il prezzo  $p_{i,1}^e$  è invece un prezzo atteso. Analoga notazione è usata per le quantità prodotte  $y_{i,j}$  e  $y_{i,1}^e$ , le quantità inizialmente disponibili dei fattori  $\omega_{i,j}$  e le funzioni di domanda dei beni di consumo  $z_{i,j}$ . Per quanto riguarda la tecnologia,  $a_{ij}$  indica la quantità della merce  $j$ -esima necessaria per produrre una unità della merce  $i$ -esima. Il sistema di equilibrio del primo periodo, scritto in modo esteso, è il seguente:

$$(A1) z_{i,0}(p_{1,0}, \dots, p_{5,0}, p_{1,1}^e, \dots, p_{5,1}^e) = y_{i,0} \quad \text{con } i = 1, 2$$

$$(A2) z_{i,1}(p_{1,0}, \dots, p_{5,0}, p_{1,1}^e, \dots, p_{5,1}^e) = y_{i,1}^e \quad \text{con } i = 1, 2$$

$$(A3) \omega_{i,0} \geq a_{1i}y_{1,0} + a_{2i}y_{2,0} + a_{3i}y_{3,1} + a_{4i}y_{4,1} \quad \text{con "=" se } p_{i,0} > 0; i = 3, 4, 5$$

$$(A4) y_{i,1} \geq a_{1i}y_{1,1}^e + a_{2i}y_{2,1}^e \quad \text{con "=" se } p_{i,1}^e > 0; i = 3, 4$$

$$(A5) \omega_{5,1} \geq a_{15}y_{1,1}^e + a_{25}y_{2,1}^e \quad \text{con "=" se } p_{5,1}^e > 0$$

<sup>42</sup> Il termine "merce" è qui utilizzato secondo l'accezione neo-walrasiana di Debreu, cioè qualunque tipo di bene o servizio che sia scambiato sul mercato ad un qualche prezzo è una merce. In questa concezione, dunque, anche il lavoro è una merce.

$$(A6) p_{i,0} \leq a_{i3}p_{3,0} + a_{i4}p_{4,0} + a_{i5}p_{5,0} \quad \text{con "=" se } y_{i,0} > 0; i = 1, 2$$

$$(A7) p_{i,1} = a_{i3}p_{3,0} + a_{i4}p_{4,0} + a_{i5}p_{5,0} \quad \text{con } i = 3, 4$$

$$(A8) p_{i,1}^e \leq a_{i3}p_{3,1}^e + a_{i4}p_{4,1}^e + a_{i5}p_{5,1}^e \quad \text{con "=" se } y_{i,1}^e > 0; i = 1, 2$$

$$(A9) p_{i,1}^e \leq p_{i,1} \quad \text{con "=" se } y_{i,1} > 0; i = 3, 4$$

$$(A10) p_{1,1}^e = 1$$

Delle 19 equazioni del sistema soltanto 18 sono, per la legge di Walras, indipendenti. Le incognite sono anch'esse 18: 6 quantità prodotte, quattro effettive e due attese, e 12 prezzi, ovvero i cinque prezzi delle merci consegnate nel periodo 0, i due prezzi d'offerta dei beni capitale,  $p_{3,1}$  e  $p_{4,1}$ , ed i cinque prezzi attesi.

Rispetto al modo convenzionale di scrivere le condizioni di equilibrio, abbiamo ritenuto opportuno inserire, per chiarezza di esposizione, una lieve modifica. I prezzi di offerta dei beni capitale, che normalmente non compaiono esplicitamente nel sistema di condizioni Arrow-Debreu, sono stati introdotti e definiti attraverso le condizioni (A7), che impongono appunto l'uguaglianza tra  $p_{3,1}$  e  $p_{4,1}$  ed i rispettivi costi di produzione dei beni capitale. Questi prezzi sono quelli pagati dai risparmiatori per l'acquisto, nel primo periodo, dei beni capitale che verranno poi ceduti alle imprese. I prezzi  $p_{3,1}^e$  e  $p_{4,1}^e$  sono invece i prezzi di domanda dei beni capitale, cioè i prezzi che i risparmiatori si attendono di realizzare, nel secondo periodo, dalla cessione dei beni capitale alle imprese. Le condizioni (A9) impongono l'uguaglianza tra prezzo di offerta e prezzo di domanda per i beni capitale che, in equilibrio, sono prodotti in quantità strettamente positive. Qualora si sostituissero le (A7) nelle (A9), il sistema risulterebbe scritto nel modo convenzionale.

**2.** Risolto il sistema (A1)-(A10), risulteranno determinate, oltre alle altre incognite, le quantità dei beni capitale prodotti durante il primo periodo e consegnati all'inizio del secondo periodo:  $y_{3,1}$  e  $y_{4,1}$ . Poniamo, in particolare,  $y_{3,1} = \omega_{3,1}$  e  $y_{4,1} = \omega_{4,1}$ . Date queste quantità, e data la quantità disponibile del fattore non producibile  $\omega_{5,1}$ , l'equilibrio del secondo periodo dovrà determinare le sette grandezze che prima erano attese, ovvero due quantità e cinque prezzi. Avremo:

$$(A11) z_{i,1}(p_{1,1}, \dots, p_{5,1}) = y_{i,1} \quad \text{con } i = 1, 2$$

$$(A12) \omega_{i,1} \geq a_{i1}y_{1,1} + a_{i2}y_{2,1} \quad \text{con "=" se } p_{i,1} > 0; i = 3, 4, 5$$

$$(A13) p_{i,1} \leq a_{i3}p_{3,1} + a_{i4}p_{4,1} + a_{i5}p_{5,1} \quad \text{con "=" se } y_{i,1} > 0; i = 1, 2$$

$$(A14) p_{1,1} = 1$$

Il sistema (A11)-(A14) è esattamente equivalente al sistema (3)-(10) del §7, con la sola differenza che ora le dotazioni di beni capitale  $\omega_{3,1}$  e  $\omega_{4,1}$  sono quelle determinate

attraverso il sistema (A1)-(A10). Così, se la dotazione di lavoro  $\omega_{5,1}$  non è tale da rendere la piena occupazione incompatibile con l'equilibrio del sistema (A1)-(A10), ovvero quel sistema determina un saggio del salario atteso  $p_{5,1}^e$  strettamente positivo, allora le equazioni (A12) saranno, in equilibrio, tutte soddisfatte col segno di uguaglianza e vi sarà l'indeterminatezza sequenziale.

Infatti, dato che le quantità prodotte dei beni capitale  $y_{3,1} = \omega_{3,1}$  e  $y_{4,1} = \omega_{4,1}$  sono entrambe strettamente positive, per la (A9) il prezzo di domanda atteso deve essere risultato, nell'equilibrio del primo periodo, pari a quello d'offerta per entrambi i beni capitale. Di conseguenza, visto che i prezzi d'offerta sono sicuramente maggiori di zero (in caso contrario tutti i prezzi sarebbero nulli), allora le condizioni di equilibrio del primo periodo (A4) devono essere state soddisfatte entrambe con l'uguaglianza, cioè i beni capitale sono stati prodotti in quantità tali che non vi siano, nel secondo periodo, eccessi di offerta. Inoltre, a meno di una disponibilità di lavoro  $\omega_{5,1}$  relativamente troppo elevata, le quantità prodotte dei beni capitale saranno state tali da consentire il pieno impiego (in caso contrario la distribuzione sarebbe cambiata in modo tale da far diminuire il prezzo relativo del bene di consumo prodotto con la maggiore intensità di lavoro, stimolando la domanda di lavoro). Infine, se le condizioni (A4) e (A5) dell'equilibrio del primo periodo sono soddisfatte con l'uguaglianza, allora vi è almeno un sistema dei prezzi per cui anche le corrispondenti condizioni di equilibrio del secondo periodo (A12) sono soddisfatte con l'uguaglianza.

**3.** Il lettore avrà notato che le condizioni di equilibrio del secondo periodo sono un sottoinsieme di quelle del primo periodo. In particolare, esse sono identiche, nell'ordine, alle condizioni: (A2), (A4), (A5), (A8) e (A10). Appare dunque legittimo chiedersi come mai nell'equilibrio del secondo periodo emerga una indeterminatezza che era assente nel primo.

La risposta risiede nelle condizioni (A7), che definiscono i prezzi di offerta, e nelle condizioni (A9), che impongono l'uguaglianza tra il prezzo d'offerta e quello di domanda per i beni capitale prodotti in quantità strettamente positive. Queste condizioni sono quelle che nell'equilibrio del primo periodo assicurano che non vi sia l'indeterminatezza dei prezzi attesi. Infatti, degli infiniti sistemi dei prezzi attesi che, nell'equilibrio del primo periodo, soddisfano le condizioni (A2), (A4), (A5), (A8) e (A10), ve ne sarà soltanto uno (a meno di problemi di molteplicità che qui, per semplicità, stiamo tenendo fuori) compatibile con le altre condizioni, in particolare compatibile con le condizioni (A7) e (A9).

Nel secondo periodo invece, quei sistemi dei prezzi incompatibili con l'uguaglianza prezzo di offerta-prezzo di domanda dei beni capitale prodotti, riemergono come possibili equilibri, dal momento che tale condizione di uguaglianza è assente nel sistema (A11)-(A14).

Ad ulteriore verifica di questo fatto, possiamo assumere che gli individui, nel secondo periodo, abbiano trattenuto memoria dei prezzi di offerta  $\bar{p}_{3,1}$  e  $\bar{p}_{4,1}$  che hanno pagato nel primo periodo per l'acquisto dei beni capitale, e che, di conseguenza, non siano disposti a cederli alle imprese se non ad un prezzo pari a quello d'offerta (ricordiamo che si tratta di capitale circolante). In questo caso, i prezzi dei beni capitale entrerebbero nel sistema (A11)-(A14) non più come incognite, ma come dati ai livelli  $\bar{p}_{3,1}$  e  $\bar{p}_{4,1}$ .

Ciò significa, evidentemente, consentire alla tendenza alla uniformità del rendimento dei beni capitale di determinare non solo le quantità, ma anche i prezzi dei beni capitale. E, ragionando in questo modo, non soltanto l'indeterminatezza scomparirebbe, ma i prezzi di equilibrio del secondo periodo sarebbero, in generale, determinati esclusivamente dalle condizioni (A13), cioè senza alcun concorso da parte delle condizioni di "market clearing" dei prodotti e dei fattori.

## Bibliografia

- Arrow K.J. ([1968], 1983), "Economic Equilibrium", in *Collected Papers of Kenneth J. Arrow: vol. 2, General Equilibrium*, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Arrow K.J. e Starret D. ([1973], 1983), "Cost Theoretical and Demand Theoretical Approaches to the Theory of Price Determination", in *Collected Papers of Kenneth J. Arrow: vol. 2, General Equilibrium*, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Backhouse R.E. (1998), "If mathematics is informal, then perhaps we should accept that economics must be informal too", *The Economic Journal*, 1848-1858
- Blaug M. (2003), "The Formalist Revolution of the 1950s", *Journal of the History of Economic Thought*, 145-156.
- Bliss C.J. (1975), *Capital Theory and the Distribution of Income*, North Holland, Amsterdam.
- Borissov K. (2002), "Indeterminacy of Equilibrium in a General Equilibrium Model", European University at St. Petersburg, Department of Economics, *Working Papers Series*, 2.
- Ciccone R. (1999), "Classical and Neoclassical Short-Run Prices", in G. Mongiovi e F. Petri (eds.), *Value, Distribution and Capital. Essays in Honour of Pierangelo Garegnani*, Routledge, London.
- Clower W. (1995), "Axiomatics in Economics", *Southern Economic Journal*, 307-319.
- Debreu G. (1970), "Economies with a Finite Set of Equilibria", *Econometrica*, 387-393.
- Fisher, F. (1983), *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Fratini, S.M. (2004) "Il Ritorno delle Tecniche in un Modello di Equilibrio Intertemporale con Generazioni Sovrapposte", *Working Paper n. 36*, Università Roma Tre, Dipartimento di Economia.
- Frisch R. (1936), "On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium", *Review of Economic Studies*, 3, 2, 100-105.
- Garegnani P. (1976), "On a Change in the Notion of Equilibrium in Recent Work on Value and Distribution", in M. Brown, K. Sato, P. Zaremka (eds.) *Essays in Modern Capital Theory*, North-Holland, Amsterdam.
- Garegnani P. (1981), *Marx e gli Economisti Classici*, Einaudi, Torino.
- Garegnani P. (1990), "Quantity of Capital", in J. Eatwell, M. Millgate, P. Newman (eds.) *Capital Theory*, Macmillan, London.
- Garegnani P. (2002), "Sraffa's Price Equations: a Stationary Economy or 'Normal Position'?", in Boehm S., Gehrke C., Kurz H.D., Storn R. (Eds), *Is There Progress in Economics?*, Edward Elgar, Cheltenham.
- Garegnani P. (2003), "Saving, Investment and the Quantity of Capital in General Intertemporal Equilibrium", in Hahn F. e Petri F. (Eds), *General Equilibrium. Problems and Prospects*, Routledge, London.
- Garegnani P. (2004), "Professor Foley and Classical Policy Analysis", in D.K. Foley, P. Garegnani, M. Pivetti e F. Vianello, "Classical Theory and Policy Analysis: a Round-Table", *Materiali di Discussione n.1*, Centro di Ricerche e Documentazione "Piero Sraffa".
- Garegnani P. (2005), "Capital and Intertemporal Equilibria: A Reply to Mandler", *Metroeconomica*, 411-437.

- Geanakoplos J.(1987), "Arrow-Debreu Model of General Equilibrium", *The New Palgrave. A Dictionary of Economics*, edited by J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman, I, 116-24, London: Macmillan
- Grandmont, J.M. (1976), "Temporary General Equilibrium Theory", *Econometrica*, 535-572.
- Hahn F. (1975), "Revival of Political Economy: The Wrong Issues and the Wrong Argument", *Economic Record*, 360-4.
- Hahn F. (1982), "The neo-Ricardians", *Cambridge Journal of Economics*, 353-74.
- Hahn F. (1987), "On Involuntary Unemployment", *The Economic Journal*, 1-16.
- Hayek von F.A. (1935), "The Maintenance of Capital", *Economica*, 241-276.
- Hammond P.J. (1976), "Changing Tastes and Coherent Dynamic Choice", *The Review of Economic Studies*, 159-173.
- Hicks J.R. (1932), *The Theory of Wages*, London, MacMillan; 2<sup>nd</sup> edn., St. Martin's Press, New York.
- Hicks J.R. (1939), *Value and Capital*, Clarendon Press, Oxford.
- Hicks J.R. (1965), *Capital and Growth*, Clarendon Press, Oxford, rist. italiana *Capitale e sviluppo* (1971) Il Saggiatore, Milano.
- Jevons W.S. (1871), *The Theory of Political Economy*, Macmillan, London.
- Kehoe T.J. (1980), "An Index Theorem for General Equilibrium Models with Production", *Econometrica*, 1221-1232.
- Kehoe T.J. (1998), "Uniqueness and Stability", in A.P. Kirman (ed.), *Elements of General Equilibrium Analysis*, Blackwell, Oxford, pp. 38-87.
- Kurz H.D. e Salvadori N. (1998), *Theory of Production. A Long-Period Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Levero E.S. (2005), "Some Notes on Wages and Competition in the Labour Market", in Ciccone R., Gehrke C. e Mongiovi G. (a cura di), *Sraffa and Modern Economics*, Routledge, London, forthcoming.
- Lucas R.E. (1988), "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, 3-42.
- Mandler M. (1995), "Sequential Indeterminacy in Production Economies", *Journal of Economic Theory*, 406-436.
- Mandler M. (1999a) , "Sraffian Indeterminacy in General Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 693-711.
- Mandler M. (1999b), *Dilemmas in Economic Theory. Persisting Foundational Problems of Microeconomics*, Oxford University Press, Oxford.
- Mandler M. (2002), "Classical and Neoclassical Indeterminacy in One-Shot versus Ongoing Equilibria", *Metroeconomica*, 203-222.
- Mandler M. (2003), "The Sequential Indeterminacy Problem", in Petri F. e Hahn F. (eds.), *General Equilibrium. Problems and Prospects*, Routledge, London.
- Mandler M. (2006), "Sraffian Economics: modern developments", mimeo.
- Marshall A. (1980), *Principles of Economics*, VIII edition, Macmillan, London.
- Marx K. (1970), *Il Capitale*, Libri I-III, Roma, Editori Riuniti
- Mas-Colell A. (1975), "On the Continuity of Equilibrium Prices in Constant-Return Production Economies", *Journal of Mathematical Economics*, 21-33.
- Mas-Colell A (1980), *The Theory of General Economic Equilibrium: a Differentiable Approach*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Milgate M. (1979), "On the Origin of the Notion of "Intertemporal Equilibrium", *Economica*, 1-10.
- Mises L. v. (1933), «Intervention», in L.v. Mises e A. Spiethoff (eds.), *Probleme der Wertlehre, vol.II., Schriften des Vereins fur Socialpolitik*, 183, II, Duncker and Humblot, Munich and Leipzig.
- von Neumann J. (1947), "The Mathematician", in R.B. Heywood (ed.), *The Wars of the Mind*, Chicago, Chicago University Press.
- Pareto V. [(1896-7), 1971], *Corso di Economia Politica*, Torino, Utet.
- Parrinello S. (1990), "Some Reflections on Classical Equilibrium, Expectations and Random Disturbances", in *Political Economy*, 6, 1-2.

- Petri F. (2003), "Introduction", in F. Hahn e F. Petri (eds.), *General Equilibrium. Problems and Prospect*, Routledge, London.
- Petri F. (2004), *General Equilibrium, Capital and Macroeconomics*, Elgar, Aldershot.
- Pivetti M. (2000), "Il concetto di salario come "costo e sovrappiù" e le sue implicazioni di politica economica", in M. Pivetti (a cura di), *Piero Sraffa. Contributi per una biografia intellettuale*, Carocci, Roma
- Pollack R.A. (1977), "Price Dependent Preferences", *The American Economic Review*, 64-75
- Robertson D.H.(1957-58), *Lectures on Economic Principles*, vol. I and II, Staples Press, Rochester.
- Robbins L. (1930) "On a Certain Ambiguity in the Conception of Stationary Equilibrium", *The Economic Journal*, 40, 158, 194-214.
- Schefold B. (1985), "Cambridge Price Theory: Special Model or General Theory of Value?", *American Economic Review*, Papers and Proceedings, May, 140-145
- Smith A. ([1776], 1976), *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, in *The Glasgow Edition of the Works and Correspondence of Adam Smith*, vols. 2 and 3, edited by R.H. Campbell, A.S. Skinner and W.B. Todd, Oxford University Press, Oxford.
- Sraffa P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci*, Einaudi, Torino.
- Stirati A. (1999), "Ricardo and Wages Fund", in G. Mongiovi e F. Petri (eds.), *Value, Distribution and Capital. Essays in Honour of Pierangelo Garegnani*, Routledge, London.
- Walras, L. ([1874], 1954), *Elements of Pure Economics*, London, Allen & Unwin.
- Wicksell K. (1934), *Lectures on Political Economy*, vol. I., London, Allen & Unwin.