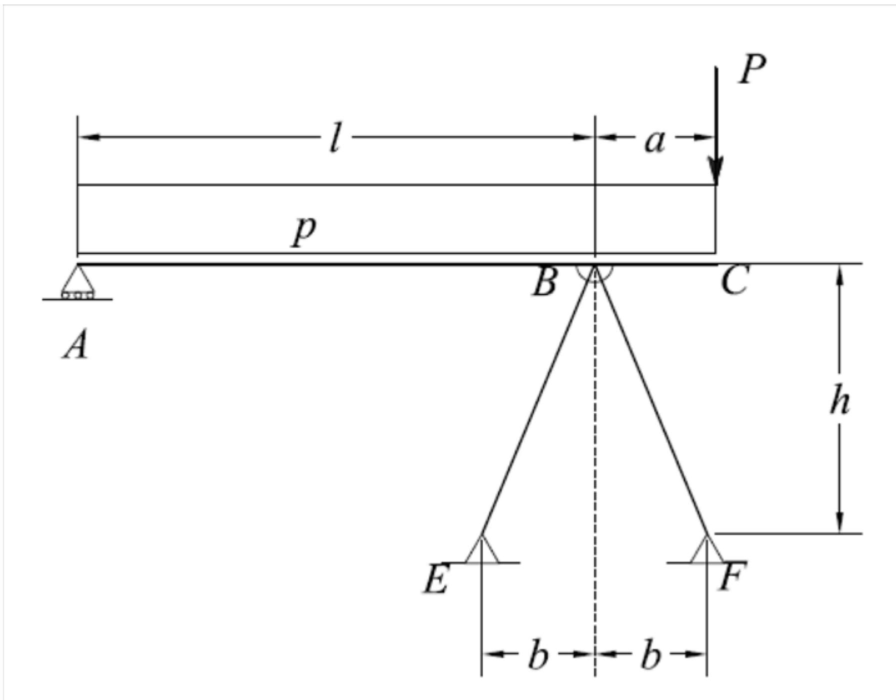
Esercizio acciaio 20-1-2011

Per la struttura in figura si determinino le sollecitazioni negli elementi e si progetti la trave ABC per la massima sollecitazione di flessione usando un profilato IPE. Si dermini quindi il valore massimo della tensione ideale nella sezione B tenendo conto delle sollecitazioni combinate di flessione e taglio.
Si progettino quindi le aste BE e BF utilizzando profilati tubolari di sezione circolare assumendo che queste aste siano vincolate con cerniere in entrambe le direzioni e che il punto B sia fisso anche nella direzione ortogonale al piano del disegno.
Si adotti acciaio S355 $fyk := 355 \cdot MPa$

Dimensioni e carichi

$l := 8 \cdot m$ $a := 1.0 \cdot m$ $h := 5 \cdot m$ $b := 2 \cdot m$

$p := 80 \cdot \frac{kN}{m}$ $P := 390 \cdot kN$



$fyd := \frac{fyk}{1.05}$ $fyd = 338.095 \cdot MPa$ $Es := 200000 \cdot MPa$

Calcolo delle reazioni vincolari e delle sollecitazioni

Trave ABC

Reazione in B $R_B := \frac{\left[p \cdot \frac{(l+a)^2}{2} + P \cdot (l+a) \right]}{l}$ $R_B = 843.75 \cdot kN$

Reazione in A $R_A := p \cdot (l+a) + P - R_B$ $R_A = 266.25 \cdot kN$

Forza di taglio

Campata AB $V_{AB}(x) := R_A - p \cdot x$ $V_{AB}(0) = 266.25 \cdot kN$

$V_{AB}(l) = -373.75 \cdot kN$

Campata BC $V_{BC}(x) := V_{AB}(l) + R_B - p \cdot x$ $V_{BC}(0) = 470 \cdot kN$

$V_{BC}(a) = 390 \cdot kN$

Punto di taglio nullo $x_0 := \frac{R_A}{p}$ $x_0 = 3.328\,m$

Taglio massimo $V_{Bmax} := \max\left(V_{AB}(l), V_{BC}(0)\right)$ $V_{Bmax} = 470 \cdot kN$

Momento Flettente

Campata AB $M_{AB}(x) := R_A \cdot x - p \cdot \frac{x^2}{2}$ $M_{AB}\left(x_0\right) = 443.057 \cdot kN \cdot m$

$M_{AB}(l) = -430 \cdot kN \cdot m$

Campata BC $M_{BC}(x) := M_{AB}(l) + V_{BC}(0) \cdot x - p \cdot \frac{x^2}{2}$ $M_{BC}(a) = 0 \cdot kN \cdot m$

Momento massimo $M_{max} := \max\left(\left|M_{AB}\left(x_0\right)\right|, \left|M_{AB}(l)\right|\right)$

$M_{max} = 443.057 \cdot kN \cdot m$

Aste BE e BF

$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{b}{h}\right)$ $\alpha = 21.801 \cdot °$

Forza normale $N_{BE} := \frac{R_B}{2 \cdot \cos(\alpha)}$ $N_{BE} = 454.373 \cdot kN$

Progetto e verifica trave ABC

$W_{min} := \frac{M_{max}}{fyd}$ $W_{min} = 1.31 \times 10^3 \cdot cm^3$

Sezione IPE 450

$H := 450 \cdot mm$ $B := 190 \cdot mm$ $w := 9.4 \cdot mm$ $s := 14.6 \cdot mm$ $r := 21 \cdot mm$

$Wy := 1500 \cdot cm^3$

$Jy := 33740 \cdot cm^4$

Calcolo delle tensioni nella sezione B

Tensione normale

Massima $\sigma_{mx} := \dfrac{|M_{AB}(l)|}{Wy}$ $\sigma_{mx} = 286.667 \cdot MPa$

All'attacco dell'anima $\sigma_1 := \dfrac{|M_{AB}(l)|}{Jy} \cdot \left(\dfrac{H}{2} - s\right)$ $\sigma_1 = 268.145 \cdot MPa$

Tensioni tangenziali

<u>Massima tensione</u>

$$S_G := \frac{1}{2} \cdot \left[B \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2 - (B - w) \cdot \left(\frac{H}{2} - s\right)^2\right]$$ $S_G = 811.96 \cdot cm^3$

Valore esatto : $S_{Ge} := 850.897 \cdot cm^3$

$$\tau_{max} := \frac{V_{Bmax} \cdot S_G}{w \cdot Jy}$$ $\tau_{max} = 120.326 \cdot MPa$

Valore esatto $\dfrac{V_{Bmax} \cdot S_{Ge}}{w \cdot Jy} = 126.096 \cdot MPa$

Tensione ideale $\sigma_{id1} := \sqrt{3 \cdot \tau_{max}^2}$ $\sigma_{id1} = 208.411 \cdot MPa$

<u>All'attacco dell'anima</u>

$$S_{G1} := \frac{1}{2} \cdot \left[B \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2 - (B) \cdot \left(\frac{H}{2} - s\right)^2\right]$$ $S_{G1} = 603.9 \cdot cm^3$

$$\tau_1 := \frac{V_{Bmax} \cdot S_{G1}}{w \cdot Jy}$$ $\tau_1 = 89.493 \cdot MPa$

Tensione ideale

$$\sigma_{id2} := \sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau_1^2}$$ $\sigma_{id2} = 309.723 \cdot MPa$

$fyd = 338.095 \cdot MPa$

Progetto aste BE-BF

Lunghezza di libera inflessione $l_0 := \sqrt{h^2 + b^2}$ $l_0 = 5.385\,m$

Si assume $\chi := 0.5$

Calcolo dell'area (1.tentativo) $A_1 := \frac{N_{BE}}{\chi \cdot fyd}$ $A_1 = 26.878 \cdot cm^2$

Si assume $D := 219.1 \cdot mm$ $sp := 4 \cdot mm$

$A := \pi \cdot \left(D \cdot sp - sp^2\right)$ $A = 27.03 \cdot cm^2$

$J_y := \frac{\pi}{64} \cdot \left[D^4 - (D - 2 \cdot sp)^4\right]$ $J_y = 1.564 \times 10^3 \cdot cm^4$

$\rho := \sqrt{\frac{J_y}{A}}$ $\rho = 76.062 \cdot mm$

$\lambda := \frac{l_0}{\rho}$ $\lambda = 70.799$

$\alpha := 0.21$

$\lambda c := \pi \cdot \sqrt{\frac{Es}{fyk}}$ $\lambda c = 74.568$

$\lambda s := \frac{\lambda}{\lambda c}$ $\lambda s = 0.949$

$\Phi := \left[1 + \lambda s^2 + \alpha \cdot (\lambda s - 0.2)\right] \cdot 0.5$ $\Phi = 1.029$

$\chi_1 := \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda s^2}}$ $\chi_1 = 0.701$

$Nu := A \cdot fyd \cdot \chi_1$ $Nu = 640.311 \cdot kN$ $N_{BE} = 454.373 \cdot kN$

La sezione così ottenuta risulta sovrabbondante; quella immediatamente più piccola è la seguente:

$D := 168.3 \cdot mm$ $sp := 5 \cdot mm$

$$A := \pi \cdot \left(D \cdot sp - sp^2\right) \qquad A = 25.651 \cdot cm^2$$

$$J_y := \frac{\pi}{64} \cdot \left[D^4 - (D - 2 \cdot sp)^4\right] \qquad J_y = 855.846 \cdot cm^4$$

$$\rho := \sqrt{\frac{J_y}{A}} \qquad \rho = 57.762 \cdot mm$$

$$\lambda := \frac{l_0}{\rho} \qquad \lambda = 93.23$$

$$\alpha := 0.21$$

$$\lambda c := \pi \cdot \sqrt{\frac{Es}{fyk}} \qquad \lambda c = 74.568$$

$$\lambda s := \frac{\lambda}{\lambda c} \qquad \lambda s = 1.25$$

$$\Phi := \left[1 + \lambda s^2 + \alpha \cdot (\lambda s - 0.2)\right] \cdot 0.5 \qquad \Phi = 1.392$$

$$\chi_1 := \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda s^2}} \qquad \chi_1 = 0.499$$

$$Nu := A \cdot fyd \cdot \chi_1 \qquad Nu = 432.865 \cdot kN \qquad N_{BE} = 454.373 \cdot kN$$

Poiché questa sezione è insufficiente, la scelta corretta è la prima, per cui si adotta la sezione 219.1x4