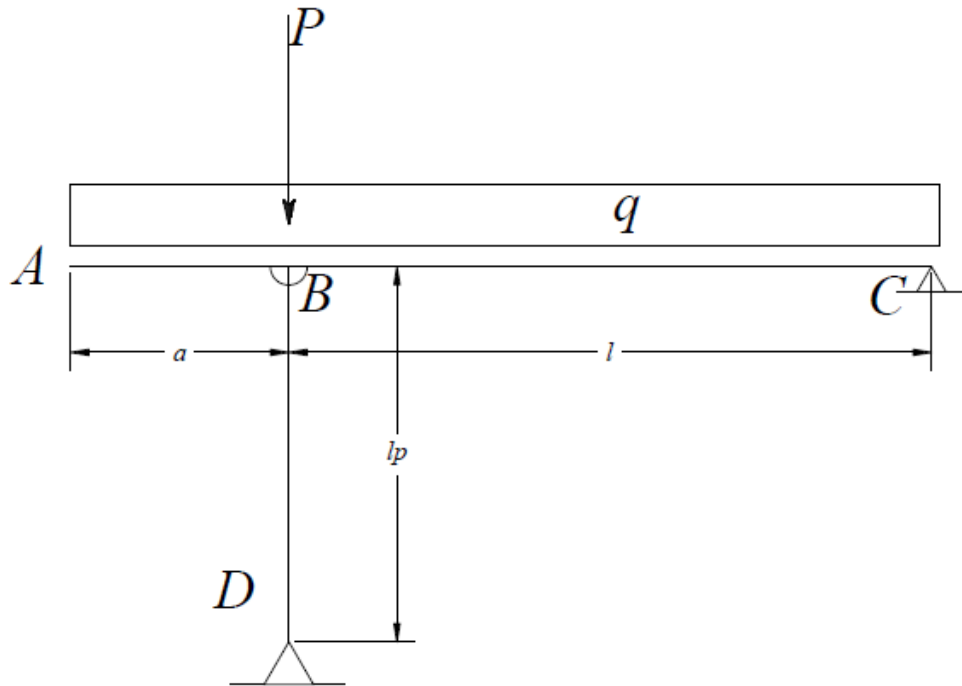


## Acciaio: flessione, taglio ed instabilità, esercizio n2



Dimensionare gli elementi (trave e pilastro) della struttura rappresentata in figura, assumendo che sia realizzata in acciaio e che le dimensioni, i carichi e le resistenze siano quelle specificate nel seguito.

Si adottano profilati IPE per la trave ed HEB per il pilastro.

### Dati

$$l := 6 \cdot \text{m} \quad a := 2.5 \cdot \text{m} \quad l_p := 4.5 \cdot \text{m}$$

- Carico distribuito  $q := 50 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
- Forze concentrate  $P := 600 \cdot \text{kN}$

### Materiali

Acciaio da carpenteria  $f_{yk} := 355 \cdot \text{MPa}$   $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.05}$   $E_s := 200000 \cdot \text{MPa}$

### Calcolo delle reazioni vincolari e sollecitazioni

$$Y_D := \left[ q \frac{(l+a)^2}{2} + P \cdot l \right] \cdot \frac{1}{l} \quad Y_D = 901.042 \text{ kN}$$

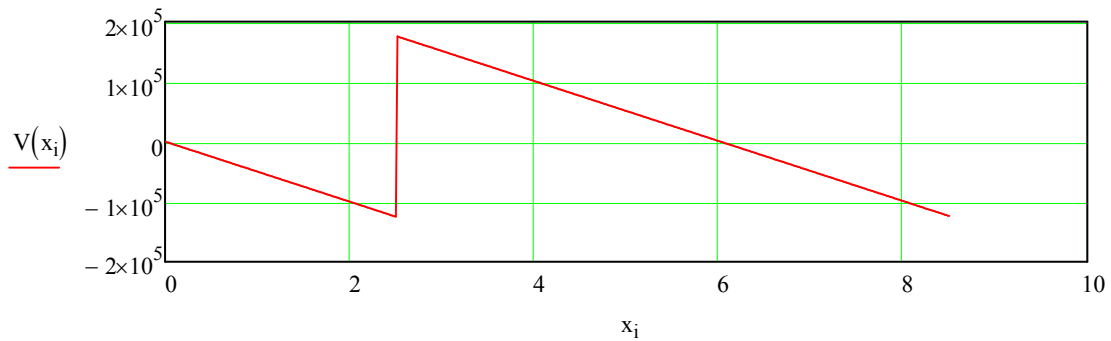
$$Y_C := q \cdot (l+a) + P - Y_D \quad Y_C = 123.958 \text{ kN}$$

### Trave AC:

#### Taglio

$$V(x) := \text{if}(x < a, -q \cdot x, -q \cdot x - P + Y_D)$$

$$i := 0..500 \quad x_i := \frac{(l + a)}{500} \cdot i$$



Taglio massimo:

$$V_{Bs} := V(a \cdot 0.999999)$$

$$V_{Bs} = -125 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Bd} := V(a \cdot 1.000001)$$

$$V_{Bd} = 176.042 \cdot \text{kN}$$

$$V_C := V(a + l)$$

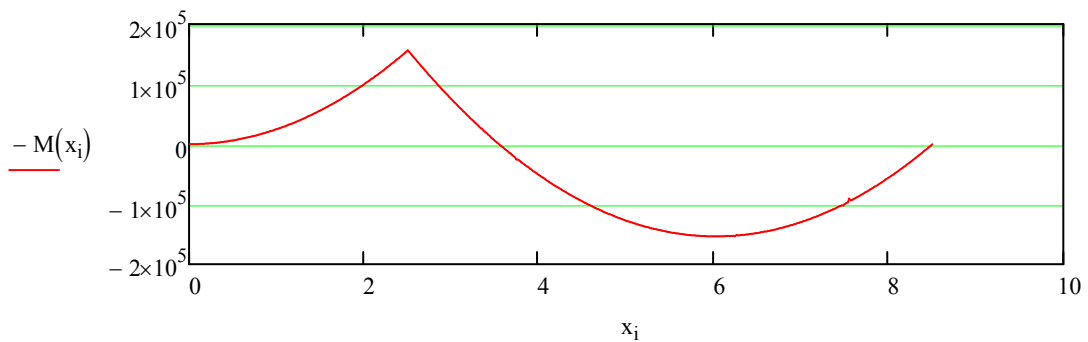
$$V_C = -123.958 \text{ kN}$$

$$V_{\max} := \max(|V_{Bs}|, |V_{Bd}|, |V_C|)$$

$$V_{\max} = 176.042 \cdot \text{kN}$$

#### Momento flettente:

$$M(x) := \int_0^x V(\xi) d\xi$$



$$M_B := M(a) = -156.25 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B := M(a)$$

$$M_B = -156.25 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$x_{\text{mx}} := \frac{V_{Bd}}{q} + a$$

$$x_{\text{mx}} = 6.021 \text{ m}$$

$$M_{BC} := M(x_{\text{mx}})$$

$$M_{BC} = 153.645 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{max}} := \max(|M_B|, |M_{BC}|)$$

$$M_{\text{max}} = 156.25 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**Pilastro BD:**

Sforzo normale:

$$N_{BD} := -Y_D$$

$$N_{BD} = -901.042 \text{ kN}$$

**Dimensionamento della sezione della trave**

$$W_s := \frac{M_{\text{max}}}{f_{yd}}$$

$$W_s = 462.148 \cdot \text{cm}^3$$

IPE :=  
 ...\\Travi IPE - Tabella Dimensionale.txt

IPE :=

	0	1	2	3	4	5	6
0	""	""	101	""	""	""	""
1	""	metallici"	""	""	""	""	""
2	5398-78"	""	""	""	""	""	""
3	download"	""	""	""	""	""	""
4	_ipe.dwg"	""	""	""	""	""	""
5	"h"	"b"	"a"	"e"	"r"	"Peso"	"Sezione"
6	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"kg/m"	"cm2"
7	""	""	""	""	""	""	""
8	80	46	3.8	5.2	5	6	7.64
9	100	55	4.1	5.7	7	8.1	10.32
10	120	64	4.4	6.3	7	10.4	13.21
11	140	73	4.7	6.9	7	12.9	16.43
12	160	82	5	7.4	9	15.8	20.09
13	180	91	5.3	8	9	18.8	23.95
14	200	100	5.6	8.5	12	22.4	28.48

15	220	110	5.9	9.2	12	26.2	...
----	-----	-----	-----	-----	----	------	-----

Dimensioni del  
profilato

$$\text{nipe} := 18$$

$$h := \text{IPE}_{\text{nipe},0} \cdot \text{mm} \quad b := \text{IPE}_{\text{nipe},1} \cdot \text{mm} \quad w := \text{IPE}_{\text{nipe},2} \cdot \text{mm} \quad \text{es} := \text{IPE}_{\text{nipe},3} \cdot \text{mm}$$

$$h = 300 \cdot \text{mm} \quad r := \text{IPE}_{\text{nipe},4} \cdot \text{mm} \quad \underline{A} := \text{IPE}_{\text{nipe},6} \cdot \text{cm}^2$$

Caratteristiche  
geometriche

$$J_0 := \frac{b \cdot h^3}{12} - \frac{(b - w) \cdot (h - 2 \cdot \text{es})^3}{12} \quad J_0 = 7.999 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_1 := J_0 + 4 \cdot \left[ \frac{r^4 \cdot (9 \cdot \pi^2 - 84 \cdot \pi + 176)}{144 \cdot (4 - \pi)} + \left[ \frac{r^2 \cdot (4 - \pi)}{4} \cdot \left[ \frac{h}{2} - \text{es} - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)} \right]^2 \right] \right]$$

$$J_1 = 8.356 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4 \quad W_x := \frac{J_1}{\frac{h}{2}} \quad W_x = 557.074 \cdot \text{cm}^3$$

Tensione normale massima ed all'estremità  
dell'anima

$$\sigma_1 := \frac{|M_B|}{W_x} \quad \sigma_1 = 280.483 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{|M_B|}{J_1} \cdot \left( \frac{h}{2} - \text{es} \right) \quad \sigma_2 = 260.476 \cdot \text{MPa}$$

### Verifica a flessione e taglio

1 indica la  $\tau$  nell'ala, 2 nell'anima all'attacco dell'ala e 3 nel baricentro della sezione.  
S31 è il momento statico corretto, ma uso S3 perché è quello che facciamo calcolare agli studenti

$$\underline{V_{\max}} := |V_{Bd}| \quad V_{\max} = 176.042 \cdot \text{kN}$$

$$S_1 := \frac{(b - w)}{2} \cdot \text{es} \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{\text{es}}{2} \right) \quad S_1 = 110.587 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_2 := b \cdot es \cdot \left( \frac{h - es}{2} \right) \quad S_2 = 232.163 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_3 := \left[ b \cdot \left( \frac{h}{2} \right)^2 - (b - w) \cdot \left( \frac{h}{2} - es \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2} \quad S_3 = 301.049 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_{31} := S_3 + 2 \cdot \frac{r^2 \cdot (4 - \pi)}{4} \cdot \left[ \frac{h}{2} - es - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)} \right] \quad S_{31} = 314.178 \cdot \text{cm}^3$$

$$\tau_1 := \frac{V_{\max} \cdot S_1}{es \cdot J_1} \quad \tau_1 = 21.774 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_2 := \frac{V_{\max} \cdot S_2}{w \cdot J_1} \quad \tau_2 = 68.888 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{\text{mx}} := \frac{V_{\max} \cdot S_3}{w \cdot J_1} \quad \tau_{\text{mx}} = 89.329 \cdot \text{MPa}$$

### Tensione ideale

$$f_{yd} = 338.095 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i1} := \sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau_1^2} \quad \sigma_{i1} = 283.007 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i2} := \sqrt{\sigma_2^2 + 3 \cdot \tau_2^2} \quad \sigma_{i2} = 286.504 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i3} := \sqrt{3 \cdot \tau_{\text{mx}}^2} \quad \sigma_{i3} = 154.722 \cdot \text{MPa}$$

### PILASTRO

HEB :=  
... \Travi HEB.txt

	0	1	2
0	"Sigla"	"b"	"h"
1	"HEB"	"mm"	"mm"

HEB =	2	0	0	0
	3	100	100	100
	4	120	120	120
	5	140	140	140
	6	160	160	160
	7	180	180	180
	8	200	200	200
	9	220	220	220
	10	240	240	240
	11	260	260	260
	12	280	280	280
	13	300	300	300
	14	320	300	320
	15	340	300	...

### Dimensionamento pilastro

Fisso un valore di  $\chi$  di primo tentativo e calcolo l'area necessaria

$$\chi := 0.4 \quad A_{DB} := \frac{|N_{BD}|}{\chi \cdot f_{yd}} \quad A_{DB} = 66.626 \cdot \text{cm}^2$$

Caratteristiche geometriche della sezione scelta

$$n_{he} := 7 \quad \text{HEB}_{n_{he}, 2} = 180$$

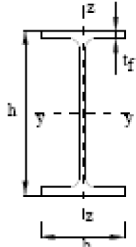
$$A_{BD} := \text{HEB}_{n_{he}, 7} \cdot \text{cm}^2 \quad i_x := \text{HEB}_{n_{he}, 12} \cdot \text{cm} \quad i_y := \text{HEB}_{n_{he}, 13} \cdot \text{cm}$$

$$A_{BD} = 65.25 \cdot \text{cm}^2 \quad i_x = 7.66 \cdot \text{cm} \quad i_y = 4.57 \text{ cm}$$

$$\beta := 1 \quad l_i := \beta \cdot l_p \quad \lambda_x := \frac{l_i}{i_x} \quad \lambda_y := \frac{l_i}{i_y}$$

$$\lambda_x = 58.747 \quad \lambda_y = 98.468 \quad \lambda_{cr} := \pi \cdot \sqrt{\frac{E_s}{f_{yk}}} \quad \lambda_{cr} = 74.568$$

$$\lambda_{n_x} := \frac{\lambda_x}{\lambda_{cr}} \quad \lambda_{n_y} := \frac{\lambda_y}{\lambda_{cr}} \quad \lambda_{n_x} = 0.788 \quad \lambda_{n_y} = 1.321$$

Sezioni laminate		h/b > 1,2	t_f ≤ 40 mm	y-y z-z	a b	a_0 a_0
			40 mm < t_f ≤ 100 mm	y-y z-z	b c	a a
		h/b ≤ 1,2	t_f ≤ 100 mm	y-y z-z	b c	a a
			t_f > 100 mm	y-y z-z	d d	c c

a_0	a	b	c	d
0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

αx

$$\alpha_x := 0.34 \quad \alpha_y := 0.49$$

$$\Phi_x := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha_x \cdot (\lambda n_x - 0.2) + \lambda n_x^2 \right] \quad \Phi_x = 0.91$$

$$\Phi_y := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha_y \cdot (\lambda n_y - 0.2) + \lambda n_y^2 \right] \quad \Phi_y = 1.646$$

$$\chi_x := \frac{1}{\Phi_x + \sqrt{\Phi_x^2 - \lambda n_x^2}} \quad \chi_x = 0.732$$

$$\chi_y := \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \lambda n_y^2}} \quad \chi_y = 0.38$$

$$\chi_2 := \min(\chi_x, \chi_y) \quad \chi_2 = 0.38$$

$$N_u := A_{BD} \cdot \chi_2 \cdot f_{yd} \quad N_u = 838.896 \cdot \text{kN} < |N_{BD}| = 901$$

La sezione non è verificata. Si assume un  $\chi$  intermedio tra quello ipotizzato e quello calcolato e si dimensiona la sezione in base ad esso.

$$\chi_w := \frac{(\chi + \chi_2)}{2} \quad \chi = 0.39 \quad A_w := \frac{|N_{BD}|}{\chi \cdot f_{yd}} \quad A = 53.81 \text{ cm}^2$$

Si adotta la sezione seguente:

$$n_{he} := 8 \quad HEB_{n_{he}, 2} = 200$$

$$A_{BD} := HEB_{n_{he}, 7} \cdot \text{cm}^2 \quad i_x := HEB_{n_{he}, 12} \cdot \text{cm} \quad i_y := HEB_{n_{he}, 13} \cdot \text{cm}$$

$$A_{BD} = 78.08 \cdot \text{cm}^2 \quad i_x = 8.54 \cdot \text{cm} \quad i_y = 5.07 \cdot \text{cm}$$

$$\beta := 1 \quad l_i := \beta \cdot l_p \quad \lambda_{yy} := \frac{l_i}{i_y} \quad \lambda_y = 88.757$$

$$\lambda_{n_y} := \frac{\lambda_y}{\lambda_{cr}} \quad \lambda_{n_y} = 1.19$$

$$\Phi_y := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha_y \cdot (\lambda_{n_y} - 0.2) + \lambda_{n_y}^2 \right] \quad \Phi_y = 1.451$$

$$\chi_{yy} := \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \lambda_{n_y}^2}} \quad \chi_y = 0.438$$

$$N_u := A_{BD} \cdot \chi_y \cdot f_{yd} \quad N_u = 1.157 \times 10^3 \cdot \text{kN} > |N_{BD}| = 901.042 \cdot \text{kN}$$

La sezione è verificata



|

.042·kN