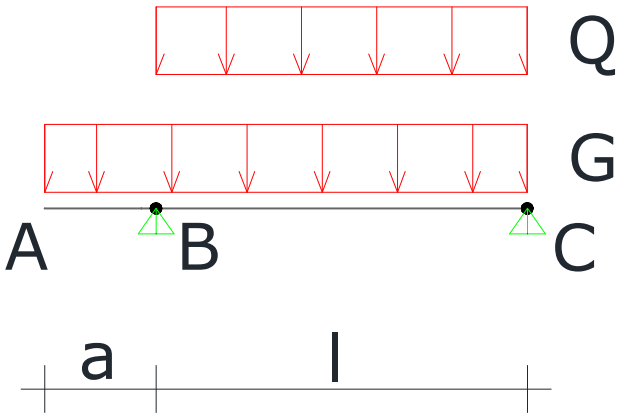
Esercizio 31 ottobre 2011: progetto /verifica a flessione e taglio in campo elastico



Dati

Dimensioni

$l := 5.0 \cdot m$ $a := 1.5 \cdot m$

Carichi (valori caratteristici)

- Carico permanente balcone $G_{sd} := 47.32 \cdot \frac{kN}{m}$
- Carico permanente solaio $G_{cd} := 52.1 \cdot \frac{kN}{m}$
- Carico variabile solaio $Q_{cd} := 37.425 \cdot \frac{kN}{m}$

Materiali

Acciaio da carpenteria $f_{yk} := 420 \cdot MPa$ $E_s := 210000 \cdot MPa$

Coefficienti di sicurezza (SLU)

Acciaio carpenteria $\gamma_{M0} := 1.05$

Calcolo delle reazioni vincolari e delle sollecitazioni

$$Y_B := \frac{1}{l}\cdot\left[G_{sd}\cdot a\cdot\left(l+\frac{a}{2}\right)+\left(G_{cd}+Q_{cd}\right)\cdot\frac{l^2}{2}\right] \qquad Y_B = 305.44\cdot kN$$

$$Y_C := G_{sd}\cdot a+\left(G_{cd}+Q_{cd}\right)\cdot l - Y_B \qquad Y_C = 213.166\cdot kN$$

$$M_B := -G_{sd}\cdot\frac{a^2}{2} \qquad M_B = -53.235\cdot kN\cdot m$$

$$M_{BC}(x) := Y_C\cdot x-\left(G_{cd}+Q_{cd}\right)\cdot\frac{x^2}{2}$$

$$x_{mx} := \frac{Y_C}{\left(G_{cd}+Q_{cd}\right)} \qquad x_{mx} = 2.381\,m$$

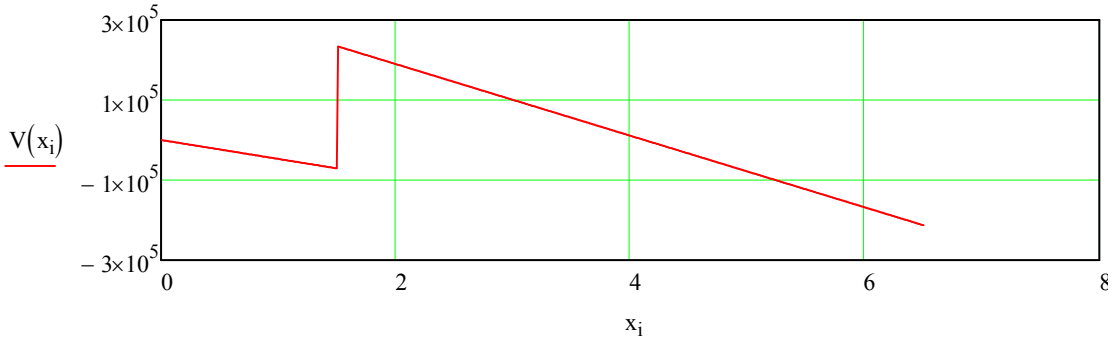
$$M_{max} := M_{BC}\left(x_{mx}\right) \qquad M_{max} = 253.781\cdot kN\cdot m$$

Taglio

$$V_B := -G_{sd}\cdot a \qquad V_B = -70.98\cdot kN$$

$$V(x) := \text{if}\left[x < a, -G_{sd}\cdot x, V_B + Y_B-\left(G_{cd}+Q_{cd}\right)\cdot(x-a)\right]$$

$$i := 0\,..\,500 \qquad x_i := \frac{(l+a)}{500}\cdot i$$



Taglio massimo: $V_A := V(0) \qquad V_A = 0\cdot kN$

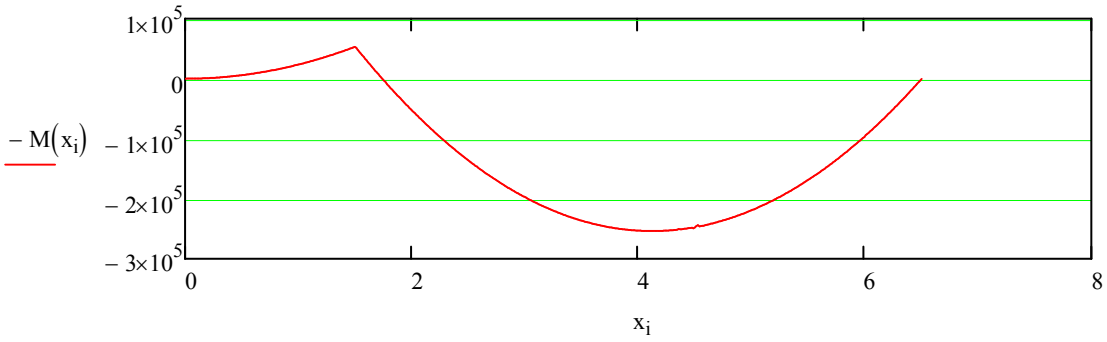
$$V_{Bs} := V(a\cdot 0.99999999) \qquad V_{Bs} = -70.98\cdot kN$$

$V_{Bd} := V(a \cdot 1.00000001)$ $V_{Bd} = 234.459 \cdot kN$

$V_C := V(a + l)$ $V_C = -213.166 \cdot kN$

$V_{max} := \max(|V_{Bs}|, |V_{Bd}|, |V_C|)$ $V_{max} = 234.459 \cdot kN$

$$M(x) := \int_0^x V(\xi)\, d\xi$$



Momento Massimo: $x_{mx} := \dfrac{(V_B + Y_B) + a \cdot (G_{cd} + Q_{cd})}{G_{cd} + Q_{cd}}$ $x_{mx} = 4.119\,m$

$M(x_{mx}) = 253.781 \cdot kN \cdot m$

$M_B := M(a)$ $M_B = -53.235 \cdot kN \cdot m$

Dimensionamento della sezione della trave

$M_{max} := \max(|M(x_{mx})|, |M_B|)$ $M_{max} = 253.781 \cdot kN \cdot m$

$f_{yd} := \dfrac{f_{yk}}{\gamma_{M0}}$ $f_{yd} = 400 \cdot MPa$

$W_s := \dfrac{M_{max}}{f_{yd}}$ $W_s = 634.452 \cdot cm^3$

IPE :=
...\Travi IPE - Tabella Dimensionale.txt

IPE :=

	0	1	2	3	4	5	6
0	""	""	101	""	""	""	""
1	""	metallici"	""	""	""	""	""
2	5398-78"	""	""	""	""	""	""
3	)ownload"	""	""	""	""	""	""
4	_ipe.dwg"	""	""	""	""	""	""
5	"h"	"b"	"a"	"e"	"r"	"Peso"	"Sezione"
6	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"kg/m"	"cm2"
7	""	""	""	""	""	""	""
8	80	46	3.8	5.2	5	6	7.64
9	100	55	4.1	5.7	7	8.1	10.32
10	120	64	4.4	6.3	7	10.4	13.21
11	140	73	4.7	6.9	7	12.9	16.43
12	160	82	5	7.4	9	15.8	20.09
13	180	91	5.3	8	9	18.8	23.95
14	200	100	5.6	8.5	12	22.4	28.48
15	220	110	5.9	9.2	12	26.2	...

Dimensioni del profilato

$nipe := 19$

$h := IPE_{nipe,0} \cdot mm$ $b := IPE_{nipe,1} \cdot mm$ $w := IPE_{nipe,2} \cdot mm$ $es := IPE_{nipe,3} \cdot mm$

$h = 330 \cdot mm$ $r := IPE_{nipe,4} \cdot mm$ $A := IPE_{nipe,6} \cdot cm^2$

Caratteristiche geometriche

Nota. Queste grandezze si desumono dalla tabella, le ho ricalcolate per verificare le formule che tengono conto di r

$$J_0 := \frac{b \cdot h^3}{12} - \frac{(b - w) \cdot (h - 2 \cdot es)^3}{12} \qquad J_0 = 1.115 \times 10^4 \cdot cm^4$$

$$J_1 := J_0 + 4 \cdot \left[\frac{r^4 \cdot \left(9 \cdot \pi^2 - 84 \cdot \pi + 176\right)}{144 \cdot (4 - \pi)} + \left[\frac{r^2 \cdot (4 - \pi)}{4} \cdot \left[\frac{h}{2} - es - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)} \right]^2 \right] \right]$$

$J_1 = 1.177 \times 10^4 \cdot cm^4$ $Wx := \frac{J_1}{\frac{h}{2}}$ $Wx = 713.146 \cdot cm^3$

Tensione normale massima ed all'estremità dell'anima

$$\sigma_{mx} := \frac{M_{max}}{Wx} \qquad \sigma_{mx} = 355.861 \cdot MPa$$

$$\sigma_1 := \frac{|M_B|}{J_1} \cdot \frac{h}{2} \qquad \sigma_1 = 74.648 \cdot MPa$$

$$\sigma_2 := \frac{|M_B|}{J_1} \cdot \left(\frac{h}{2} - es\right) \qquad \sigma_2 = 69.445 \cdot MPa$$

Verifica a flessione e taglio

1 indica la τ nell'ala 2 nell'anima all'attacco dell'ala e 3 nel baricentro della sezione.
S31 è il momento statico corretto, ma uso S3 perché è quello che facciamo calcolare agl studenti

$$V_{max} := \max\left(|V_{Bs}|, |V_{Bd}|\right) \qquad V_{max} = 234.459 \cdot kN$$

$$S_1 := \frac{(b - w)}{2} \cdot es \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{es}{2}\right) \qquad S_1 = 139.642 \cdot cm^3$$

$$S_2 := b \cdot es \cdot \left(\frac{h - es}{2}\right) \qquad S_2 = 293.02 \cdot cm^3$$

$$S_3 := \left[b \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 - (b - w) \cdot \left(\frac{h}{2} - es\right)^2\right] \cdot \frac{1}{2} \qquad S_3 = 381.378 \cdot cm^3$$

$$S_{31} := S_3 + 2 \cdot \frac{r^2 \cdot (4 - \pi)}{4} \cdot \left[\frac{h}{2} - es - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)}\right] \qquad S_{31} = 402.165 \cdot cm^3$$

$$\tau_1 := \frac{V_{max} \cdot S_1}{es \cdot J_1} \qquad \tau_1 = 24.195 \cdot MPa$$

$$\tau_2 := \frac{V_{max} \cdot S_2}{w \cdot J_1} \qquad \tau_2 = 77.847 \cdot MPa$$

$$\tau_{mx} := \frac{V_{max} \cdot S_3}{w \cdot J_1} \qquad \tau_{mx} = 101.321 \cdot MPa$$

Tensione ideale

$$f_{yd} = 400 \cdot MPa$$

$$\sigma_{i1} := \sqrt{\sigma_1^{\,2} + 3\cdot\tau_1^{\,2}} \qquad \sigma_{i1} = 85.607\cdot MPa$$

$$\sigma_{i2} := \sqrt{\sigma_2^{\,2} + 3\cdot\tau_2^{\,2}} \qquad \sigma_{i2} = 151.668\cdot MPa$$

$$\sigma_{i3} := \sqrt{3\cdot\tau_{mx}^{\,2}} \qquad \sigma_{i3} = 175.494\cdot MPa$$

a

}