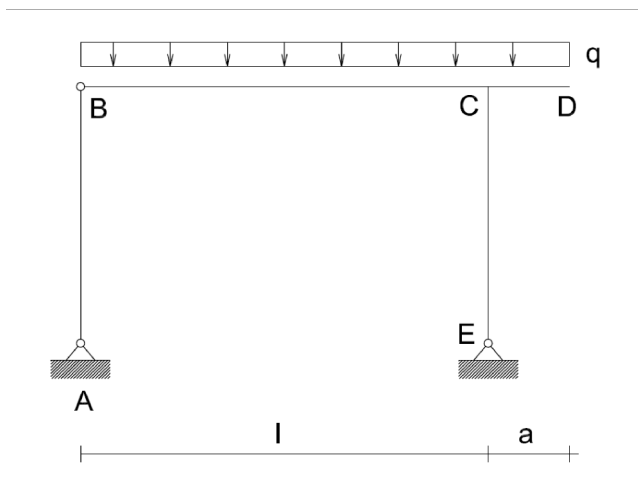


Acciaio: flessione, taglio e instabilità dell'equilibrio



Data la struttura rappresentata in figura, avente le seguenti dimensioni:

$$l := 4.5 \cdot \text{m} \quad a := 1.5 \cdot \text{m} \quad H := 3 \cdot \text{m}$$

e soggetta ai seguenti carichi:

$$\text{distribuito} \quad q_d := 120 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

è realizzata in acciaio con acciaio $f_{yk} := 420 \cdot \text{MPa}$

1) Dimensionare il pilastro EC tenendo conto degli effetti dell'instabilità

$$\gamma_{M0} := 1.05 \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = 400 \text{ MPa}$$

$$E_s := 200000 \cdot \text{MPa}$$

Calcolo delle reazioni vincolari e delle sollecitazioni

$$Y_E := \left[q_d \cdot \frac{(l + a)^2}{2} \right] \cdot \frac{1}{l} \quad Y_E = 480 \cdot \text{kN}$$

$$Y_A := q_d \cdot (l + a) - Y_E \quad Y_A = 240 \cdot \text{kN}$$

Sforzo normale:

$$N_{AB} := -Y_A \quad N_{AB} = -240 \cdot \text{kN}$$

$$N_{EC} := -Y_E \quad N_{EC} = -480 \cdot \text{kN}$$

Taglio:

$$V_{AC} := 0$$

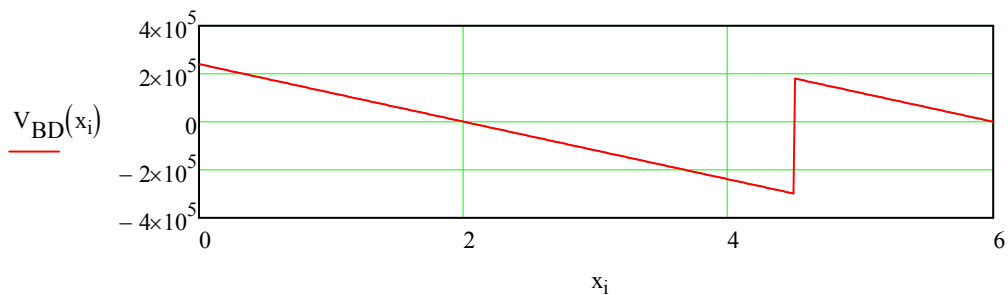
$$V_{BD}(x) := \text{if}(x < 1, Y_A - q_d \cdot x, Y_A + Y_E - q_d \cdot x)$$

$$V_B := V_{BD}(0) = 240 \text{ kN}$$

$$V_{Cs} := V_{BD}(1 - 0.99999999) = -300 \text{ kN}$$

$$V_{Cd} := V_{BD}(1 + 1.000000000000001) = 180 \text{ kN} \quad V_D := V_{BD}(1 + a) = 0 \text{ kN}$$

$$i := 0..500 \quad x_i := \frac{(1+a)}{500} \cdot i$$



Momento flettente:

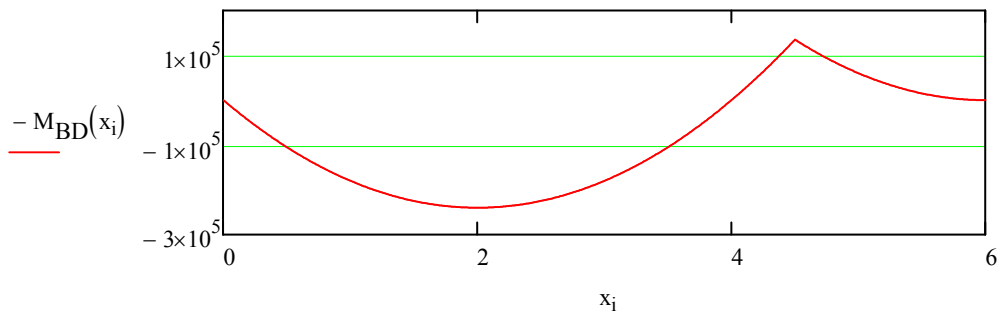
$$M_{AC} := 0$$

$$M_{BD}(x) := \text{if}\left[x \leq 1, V_B \cdot x - q_d \cdot \frac{x^2}{2}, M_{BD}(1) + V_{Cd} \cdot (x-1) - q_d \cdot \frac{(x-1)^2}{2}\right]$$

$$M_{BD}(0) = \text{kN}\cdot\text{m} \quad M_C := M_{BD}(1) = -135 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad M_D := M_{BD}(1+a) = -8.085 \times 10^{-11} \text{ kN}\cdot\text{r}$$

$$i := 0..500 \quad x_i := \frac{(1+a)}{500} \cdot i \quad x_{mx} := \frac{V_B}{q_d} \quad x_{mx} = 2 \text{ m}$$

$$M_{BDmx} := M_{BD}(x_{mx}) = 240 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



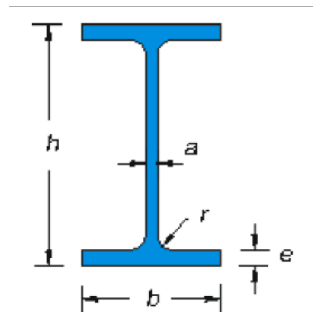
Dimensionamento della sezione della trave

$$M_{\max} := \max(M_{BD\max}, M_C) \quad M_{\max} = 240 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$f_{yd} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$W_{Ex} := \frac{|M_{\max}|}{f_{yd}} \quad W_{Ex} = 600 \cdot \text{cm}^3$$

IPE :=
 ... \Travi IPE - Tabella Dimensionale.txt



IPE :=

	0	1	2	3	4	5	6
0	""	""	101	""	""	""	""
1	""	metallici"	""	""	""	""	""
2	5398-78"	""	""	""	""	""	""
3	download"	""	""	""	""	""	""
4	_ipe.dwg"	""	""	""	""	""	""
5	"h"	"b"	"a"	"e"	"r"	"Peso"	"Sezione"
6	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"mm"	"kg/m"	"cm2"
7	""	""	""	""	""	""	""
8	80	46	3.8	5.2	5	6	7.64
9	100	55	4.1	5.7	7	8.1	10.32

10	120	64	4.4	6.3	7	10.4	13.21
11	140	73	4.7	6.9	7	12.9	16.43
12	160	82	5	7.4	9	15.8	20.09
13	180	91	5.3	8	9	18.8	23.95
14	200	100	5.6	8.5	12	22.4	28.48
15	220	110	5.9	9.2	12	26.2	...

Dimensioni del
profilato

nipe := 19

$h := \text{IPE}_{\text{nipe},0} \cdot \text{mm}$ $b := \text{IPE}_{\text{nipe},1} \cdot \text{mm}$ $w := \text{IPE}_{\text{nipe},2} \cdot \text{mm}$ $es := \text{IPE}_{\text{nipe},3} \cdot \text{mm}$

$h = 330 \cdot \text{mm}$ $r := \text{IPE}_{\text{nipe},4} \cdot \text{mm}$ $\underline{\underline{A}} := \text{IPE}_{\text{nipe},6} \cdot \text{cm}^2$

Caratteristiche
geometriche

Nota. Queste grandezze si
desumono dalla tabella, le ho
ricalcolate per verificare le
formule che tengono conto di r

$$J_0 := \frac{b \cdot h^3}{12} - \frac{(b-w) \cdot (h-2 \cdot es)^3}{12} \quad J_0 = 1.115 \times 10^4 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_1 := J_0 + 4 \cdot \left[\frac{r^4 \cdot (9 \cdot \pi^2 - 84 \cdot \pi + 176)}{144 \cdot (4 - \pi)} + \left[\frac{r^2 \cdot (4 - \pi)}{4} \cdot \left[\frac{h}{2} - es - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)} \right]^2 \right] \right]$$

$$J_1 = 1.177 \times 10^4 \cdot \text{cm}^4 \quad \underline{\underline{W_{Ex}}} := \frac{J_1}{\frac{h}{2}} \quad W_{Ex} = 713.146 \cdot \text{cm}^3$$

verifica delle tensioni

Verifica a flessione e taglio

Tensione normale massima ed all'estremità
dell'anima

$$\sigma_1 := \frac{|M_C|}{W_{Ex}} \quad \sigma_1 = 189.302 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{|M_C|}{J_1} \cdot \left(\frac{h}{2} - es \right) \quad \sigma_2 = 176.108 \cdot \text{MPa}$$

Verifica a flessione e taglio

1 indica la τ nell'ala 2 nell'anima all'attacco dell'ala e 3 nel baricentro della sezione.
S31 è il momento statico corretto, ma uso S3 perché è quello che facciamo calcolare agli studenti

$$V_{\max} := |V_{Cs}|$$

$$V_{\max} = 300 \cdot \text{kN}$$

$$S_1 := \frac{(b-w)}{2} \cdot es \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{es}{2} \right)$$

$$S_1 = 139.642 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_2 := b \cdot es \cdot \left(\frac{h-es}{2} \right)$$

$$S_2 = 293.02 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_3 := \left[b \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 - (b-w) \cdot \left(\frac{h}{2} - es \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_3 = 381.378 \cdot \text{cm}^3$$

$$S_{31} := S_3 + 2 \cdot \frac{r^2 \cdot (4-\pi)}{4} \cdot \left[\frac{h}{2} - es - \frac{r \cdot (3 \cdot \pi - 10)}{3 \cdot (\pi - 4)} \right]$$

$$S_{31} = 402.165 \cdot \text{cm}^3$$

$$\tau_1 := \frac{V_{\max} \cdot S_1}{es \cdot J_1}$$

$$\tau_1 = 30.958 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_2 := \frac{V_{\max} \cdot S_2}{w \cdot J_1}$$

$$\tau_2 = 99.608 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_3 := \frac{V_{\max} \cdot S_3}{w \cdot J_1}$$

$$\tau_3 = 129.644 \cdot \text{MPa}$$

Tensione ideale

$$f_{yd} = 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i1} := \sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau_1^2}$$

$$\sigma_{i1} = 196.75 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i2} := \sqrt{\sigma_2^2 + 3 \cdot \tau_2^2}$$

$$\sigma_{i2} = 246.535 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{i3} := \sqrt{3 \cdot \tau_3^2}$$

$$\sigma_{i3} = 224.551 \cdot \text{MPa}$$

DEFINIZIONE DELLA CLASSE DELLA SEZIONE:

Anima

Tabella 4.2.I - Massimi rapporti larghezza spessore per parti compresse

		Parti interne compresse				
		Inflessione intorno all'asse		Inflessione intorno all'asse		
Classe	Parte soggetta a flessione	Parte soggetta a compressione	Parte soggetta a flessione e a compressione			
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	quando $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1: c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ si applica se la tensione di compressione $\sigma \leq f_{yk}$ o la deformazione a trazione $\epsilon_y > f_{yk}/E$

--

$$c := h - 2 \cdot e_s - 2 \cdot r$$

$$c = 271 \cdot \text{mm}$$

$$t := w$$

$$t = 7,5 \cdot \text{mm}$$

$$\frac{c}{t} = 36,133$$

$$\epsilon := 0,75$$

$$72 \cdot \epsilon = 54$$

classe1

Ala

Tabella 4.2.II- Massimi rapporti larghezza spessore per parti compresse

Piattabande esterne						
Profilati laminati a caldo			Sezioni saldate			
Classe	Piattabande esterne soggette a compressione		Piattabande esterne soggette a flessione e a compressione			
			Con estremità in compressione	Con estremità in trazione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
2	$c/t \leq 10\epsilon$		$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$		$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_e}$ Per k_e vedere EN 1993-1-5			
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	f_{yk}	235	275	355	420	460
	ϵ	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71

$$c := \frac{b - w - 2 \cdot r}{2}$$

$$c = 58.25 \text{ mm}$$

$$t := es$$

$$t = 11.5 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = 5.065$$

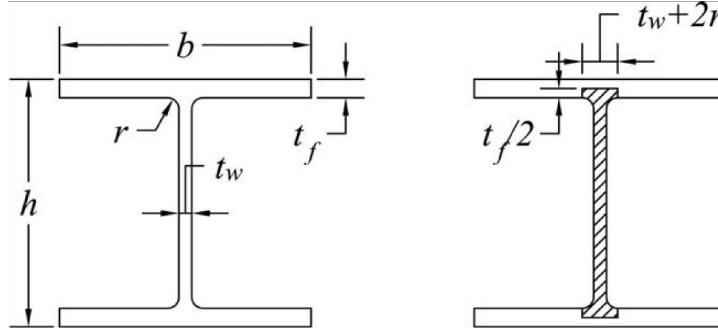
$$\epsilon := 0.75$$

$$9 \cdot \epsilon = 6.75$$

classe1

classe sezione 1

Momento e taglio resistente



$$A_{Vpl} := A - 2 \cdot b \cdot e_s + (w + 2 \cdot r) \cdot e_s$$

$$A_{Vpl} = 30.812 \cdot \text{cm}^2$$

$$V_{Rpl} := A_{Vpl} \cdot \frac{f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

$$V_{Rpl} = 711.584 \cdot \text{kN}$$

$$V_d := V_{\max}$$

$$V_d = 300 \cdot \text{kN}$$

$$\frac{V_d}{V_{Rpl}} = 0.422 \quad \blacksquare < 0.5$$

$$W_{pl} := 2 \cdot S_3$$

$$W_{pl} = 762.757 \cdot \text{cm}^3$$

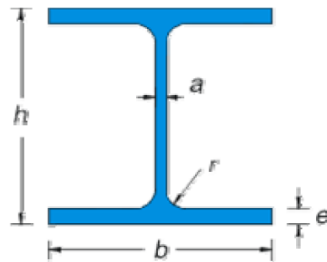
$$M_{Rpl} := W_{pl} \cdot f_{yd}$$

$$M_{Rpl} = 305.103 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = -135 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{BD\max} = 240 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Pilastro



Download
[profilati_heb.dwg](#)

Sigla HEB	b mm	h mm	a mm	e mm	r mm	Peso kg/m	Sezione cm ²	Momenti di inerzia		Moduli di resistenza		Raggi di inerzia	
								Jx cm ⁴	Jy cm ⁴	Wx cm ³	Wy cm ³	ix cm	iy cm
100	100	100	6,0	10,0	12	20,4	26,04	449,5	167,3	89,91	33,45	4,16	2,53
120	120	120	6,5	11,0	12	26,7	34,01	864,4	317,5	144,1	52,92	5,04	3,06
140	140	140	7,0	12,0	12	33,7	42,96	1.509	549,7	215,6	78,52	5,93	3,58
160	160	160	8,0	13,0	15	42,6	54,25	2.492	889,2	311,5	111,2	6,78	4,05
180	180	180	8,5	14,0	15	51,2	65,25	3.831	1.363	425,7	151,4	7,66	4,57
200	200	200	9,0	15,0	18	61,3	78,08	5.696	2.003	569,6	200,3	8,54	5,07
220	220	220	9,5	16,0	18	71,5	91,04	8.091	2.843	735,5	258,5	9,43	5,59
240	240	240	10,0	17,0	21	83,2	106,0	11.260	3.923	938,3	326,9	10,31	6,08
260	260	260	10,0	17,5	24	93,0	118,4	14.920	5.135	1.148	395,0	11,22	6,58
280	280	280	10,5	18,0	24	103,0	131,4	19.270	6.595	1.376	471,0	12,11	7,09
300	300	300	11,0	19,0	27	117,0	149,1	25.170	8.563	1.678	570,9	12,99	7,58
320	300	320	11,5	20,5	27	127,0	161,3	30.820	9.239	1.926	615,9	13,82	7,57
340	300	340	12,0	21,5	27	134,0	170,9	36.660	9.690	2.156	646,0	14,65	7,53
360	300	360	12,5	22,5	27	142,0	180,6	43.190	10.140	2.400	676,1	15,46	7,49
400	300	400	13,5	24,0	27	155,0	197,8	57.680	10.820	2.884	721,3	17,08	7,40
450	300	450	14,0	26,0	27	171,0	218,0	79.890	11.720	3.551	781,4	19,14	7,33
500	300	500	14,5	28,0	27	187,0	238,6	107.200	12.620	4.287	841,6	21,19	7,27
550	300	550	15,0	29,0	27	199,0	254,1	136.700	13.080	4.971	871,8	23,20	7,17
600	300	600	15,5	30,0	27	212,0	270,0	171.000	13.530	5.701	902,0	25,17	7,08
650	300	650	16,0	31,0	27	225,0	286,3	210.600	13.980	6.480	932,3	27,12	6,99
700	300	700	17,0	32,0	27	241,0	306,4	256.900	14.440	7.340	962,7	28,96	6,87
800	300	800	17,5	33,0	30	262,0	334,2	359.100	14.900	8.977	993,6	32,78	6,68
900	300	900	18,5	35,0	30	291,0	371,3	494.100	15.820	10.980	1.054	36,48	6,53
1000	300	1000	19,0	36,0	30	314,0	400,0	644.700	16.280	12.890	1.085	40,15	6,38

Dimensionamento pilastro

Fisso un valore di χ di primo tentativo e calcolo l'area necessaria

$$\chi := 0.5 \quad A_{EC} := \frac{|N_{EC}|}{\chi \cdot f_{yd}} \quad A_{EC} = 24 \cdot \text{cm}^2$$

Caratteristiche geometriche della sezione scelta

HEB100 $A_{pil} := 26.04 \cdot \text{cm}^2$ $i_x := 4.16 \cdot \text{cm}$ $i_y := 2.53 \cdot \text{cm}$

$\beta := 1$ $l_1 := \beta \cdot H$ $\lambda_x := \frac{l_1}{i_x}$ $\lambda_y := \frac{l_1}{i_y}$

$\lambda_x = 72.115$ $\lambda_y = 118.577$ $\lambda_{cr} := \pi \cdot \sqrt{\frac{E_s}{f_{yk}}}$ $\lambda_{cr} = 68.555$

$\lambda n_x := \frac{\lambda_x}{\lambda_{cr}}$ $\lambda n_y := \frac{\lambda_y}{\lambda_{cr}}$ $\lambda n_x = 1.052$ $\lambda n_y = 1.73$

				S420		
Sezioni laminate		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b	a ₀ a ₀
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c

a ₀	a	b	c	d
0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

OK

$\alpha_x := 0.34$ $\alpha_y := 0.49$

$\Phi_x := 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_x \cdot (\lambda n_x - 0.2) + \lambda n_x^2 \right]$ $\Phi_x = 1.198$

$\Phi_y := 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_y \cdot (\lambda n_y - 0.2) + \lambda n_y^2 \right]$ $\Phi_y = 2.371$

$\chi_x := \frac{1}{\Phi_x + \sqrt{\Phi_x^2 - \lambda n_x^2}}$ $\chi_x = 0.564$

$\chi_y := \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \lambda n_y^2}}$ $\chi_y = 0.251$

$$\chi_2 := \min(\chi_x, \chi_y)$$

$$\chi_2 = 0.251$$

$$N_u := A_{pil} \cdot \chi_2 \cdot f_{yd}$$

$$N_u = 260.936 \cdot \text{kN} < |N_{EC}| = 480 \cdot \text{kN}$$

La sezione è verificata.

