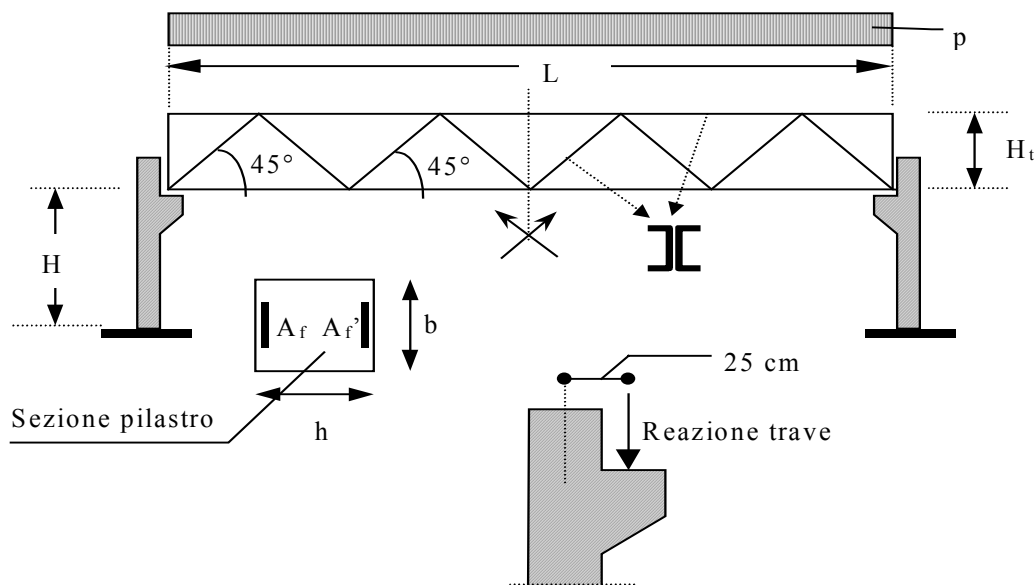


PROVA DI RECUPERO DEL 20.9.2000: ESERCIZIO N°1

Traccia

Con riferimento al portale indicato in figura, composto da una trave reticolare in acciaio e due pilastri in cemento armato,

- dimensionare e verificare il corrente superiore e le aste diagonali della trave reticolare considerando per entrambi un sezione composta a doppio C;
- calcolare il momento ultimo dei pilastri;



Dati geometrici:

larghezza pilastro $h = 0.30$ m
base pilastro $b = 0.30$ m
altezza pilastro $H = 4.00$ m
luce trave $L = 12.0$ m
altezza trave $H_t = 1.50$ m
 $A_f = A_f' = 2\phi 20 + 1\phi 14$

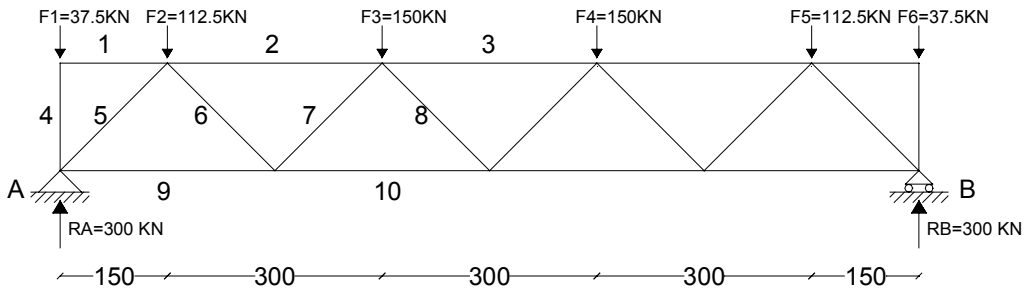
Materiali e carichi:

Trave reticolare : Acciaio: Fe 430
Pilastro: Armatura: FeB44k Cls: Rck 300
Carico $p = 50$ kN/m

Nota: l'azione di calcolo p è comprensiva del peso proprio della trave reticolare. Essa rappresenta il carico complessivo agente sui correnti superiore ed inferiore

PROVA DI RECUPERO DEL 20.9.2000: ESERCIZIO N°1

Soluzione



Calcolo delle reazioni vincolari in corrispondenza degli appoggi Ae B

$$R_A = R_B = \frac{p \times L}{2} = \frac{50 \times 12}{2} = 300 \text{ kN}$$

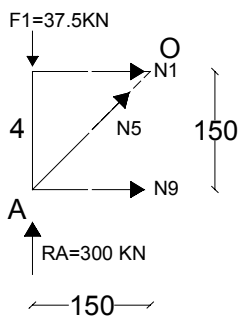
Trasformazione del carico uniformemente distribuito in forze concentrate applicate nei nodi

$$F_1 = F_6 = q \times \frac{1.5}{2} = 37.5 \text{ kN}$$

$$F_2 = F_5 = q \times \left(\frac{1.5}{2} + \frac{3}{2} \right) = 112.5 \text{ kN}$$

$$F_3 = F_4 = q \times 3 = 150 \text{ kN}$$

Determinazione degli sforzi nelle aste



Equilibrio alla rotazione intorno ad O :

$$F_1 \times 1.5 - R_A \times 1.5 + N_9 \times 1.5 = 0$$

$$N_9 = R_A - F_1 = 300 - 37.5 = 262 \text{ kN}$$

Equilibrio alla traslazione verticale :

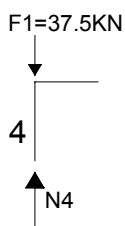
$$-F_1 + R_A + N_5 \sin \alpha = 0$$

$$N_5 = \frac{F_1 - R_A}{\sin \alpha} = \frac{37.5 - 300}{\sin \alpha} = -371.23 \text{ kN}$$

Equilibrio alla traslazione orizzontale :

$$N_1 + N_9 + N_5 \cos \alpha = 0$$

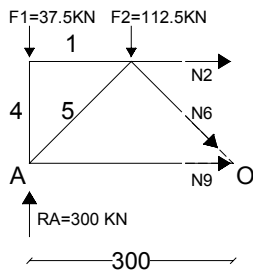
$$N_1 = -N_9 - N_5 \cos \alpha = -262.5 + 371.23 \cos \alpha = 0$$



Equilibrio nel nodo :

$$N_4 - F_1 = 0$$

$$N_4 = F_1 = 37.5 \text{ kN}$$



Equilibrio alla rotazione intorno ad O :

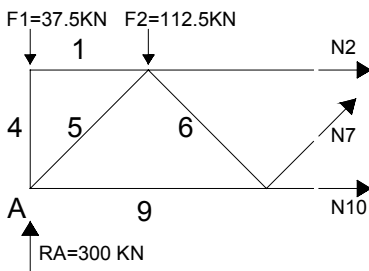
$$F_1 \times 3 - R_A \times 3 + F_2 \times 1.5 - N_2 \times 1.5 = 0$$

$$N_2 = \frac{F_1 \times 3 - R_A \times 3 + F_2 \times 1.5}{1.5} = \frac{37.5 \times 3 - 300 \times 3 + 112.5 \times 1.5}{1.5} = -412.5 \text{ kN}$$

Equilibrio alla traslazione orizzontale :

$$N_2 + N_9 + N_6 \cos \alpha = 0$$

$$N_6 = -\frac{N_2 + N_9}{\cos \alpha} = -\frac{-412.5 + 262.5}{\cos \alpha} = 212.13 \text{ kN}$$



Equilibrio alla traslazione verticale :

$$-F_1 - F_2 + R_A + N_7 \sin \alpha = 0$$

$$N_5 = \frac{F_1 + F_2 - R_A}{\sin \alpha} = \frac{37.5 + 112.5 - 300}{\sin \alpha} = -212.13 \text{ kN}$$

Equilibrio alla traslazione verticale :

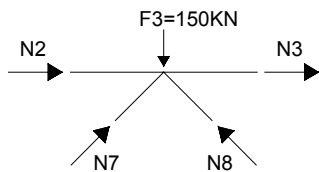
$$-F_3 + N_7 \sin \alpha + N_8 \sin \alpha = 0$$

$$N_8 = \frac{F_3 - N_7 \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{150 - 212.13 \sin \alpha}{\sin \alpha} = 0$$

Equilibrio alla traslazione orizzontale :

$$N_2 + N_3 + N_7 \cos \alpha = 0$$

$$N_3 = -N_2 - N_7 \cos \alpha = -412.5 - 212.3 \cos \alpha = -562.5 \text{ kN}$$



1a) Dimensionamento delle aste:

– Corrente superiore compresso

$$A_{\text{str.nec}} = \frac{N_3}{f_d} = \frac{562.5 \cdot 10^3}{275} = 2045.5 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo 2C } 160 \cdot 65$$

$$A = 2 \cdot 2400 = 4800 \text{ mm}^2$$

– Asta di parete compressa

$$A_{\text{str.nec}} = \frac{N_5}{f_d} = \frac{373.23 \cdot 10^3}{275} = 1350 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo 2C } 100 \cdot 50$$

$$A = 2 \cdot 1350 = 2700 \text{ mm}^2$$

– Asta di parete tesa

$$A_{\text{str.nec}} = \frac{N_6}{f_d} = \frac{212.13 \cdot 10^3}{275} = 771.4 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo 2C } 30 \cdot 33$$

$$A = 2 \cdot 544 = 1088 \text{ mm}^2$$

1b) Verifica di instabilità delle aste compresse:

– Corrente superiore

Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione nel piano della travatura :

$$\rho_x = \sqrt{\frac{2 I_x}{2A}} = \sqrt{\frac{2 \times 925}{2 \times 24}} = 6.2 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{L}{\rho_x} = \frac{300}{6.2} = 48.4$$

Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione fuori dal piano della travatura :

$$I_y' = 85.1 \text{ cm}^4$$

$$e_y = 1.84 \text{ cm}$$

$$\rho'_{y} = 1.88 \text{ cm}$$

Il momento d'inerzia rispetto all'asse y dei profili accoppiati risulta :

$$I_y = 2 \left[I_y' + A \times \left(e_y + \frac{s}{2} \right)^2 \right] = 2 \left[85.1 + 24 \times (1.84 + 0.5)^2 \right] = 433 \text{ cm}^4$$

da cui si ottiene il raggio d'inerzia :

$$\rho_y = \sqrt{\frac{I_y}{2A}} = \sqrt{\frac{433}{2 \times 24}} = 1.86 \text{ cm}$$

per calcolare la snellezza dell'asta composta, considerata a sezione compatta :

$$\lambda_y = \frac{L}{\rho_y} = \frac{300}{1.86} = 161.3$$

Calcolo della snellezza del singolo profilato sulla luce pari all'interasse fra i calastrelli

$$\lambda_1 = \frac{L/6}{\rho'_{y}} = \frac{300/6}{1.88} = 26.6$$

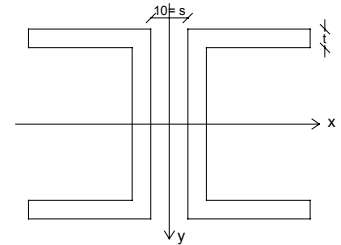
A questo punto la snellezza ideale risulta :

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{161.3^2 + 26.6^2} = 163.5$$

$$\lambda_{eq} > \lambda_x \Rightarrow \omega \text{ viene trovato in base a } \lambda_{eq} \Rightarrow \omega = 2.06$$

La tensione agente nell'asta, maggiorando lo sforzo normale agente su di essa tramite il coefficiente ω risulta :

$$\sigma = \frac{\omega \times N3}{A} = \frac{2.06 \times 562.5 \times 10^3}{4800} = 241.4 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$



– Asta di parete compressa

Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione nel piano della travatura :

$$\rho_x = \sqrt{\frac{2 I_x}{2A}} = \sqrt{\frac{2 \times 205}{2 \times 13.5}} = 3.9 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{L}{\rho_x} = \frac{212}{3.9} = 54.3$$

Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione fuori dal piano della travatura :

$$I_y' = 29.1 \text{ cm}^4$$

$$e_y = 1.55 \text{ cm}$$

$$\rho'_{y} = 1.47 \text{ cm}$$

Il momento d'inerzia rispetto all'asse y dei profili accoppiati risulta :

$$I_y = 2 \left[I_y' + A \times \left(e_y + \frac{s}{2} \right)^2 \right] = 2 \left[29.1 + 13.5 \times (1.55 + 0.5)^2 \right] = 171.7 \text{ cm}^4$$

da cui si ottiene il raggio d'inerzia :

$$\rho_y = \sqrt{\frac{I_y}{2A}} = \sqrt{\frac{171.7}{2 \times 13.5}} = 2.52 \text{ cm}$$

per calcolare la snellezza dell'asta composta, considerata a sezione compatta :

$$\lambda_y = \frac{L}{\rho_y} = \frac{212}{2.52} = 84.1$$

Calcolo della snellezza del singolo profilato sulla luce pari all'interasse fra i calastrelli

$$\lambda_1 = \frac{L/4}{\rho'_{y}} = \frac{212/4}{1.47} = 36$$

A questo punto la snellezza ideale risulta :

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{84.1^2 + 36^2} = 91.5$$

$$\lambda_{eq} > \lambda_x \Rightarrow \omega \text{ viene trovato in base a } \lambda_{eq} \Rightarrow \omega = 1.75$$

La tensione agente nell'asta, maggiorando lo sforzo normale agente su di essa tramite il coefficiente ω risulta :

$$\sigma = \frac{\omega \times N5}{A} = \frac{1.75 \times 371.23 \times 10^3}{2700} = 240.6 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$

2) Calcolo del momento ultimo del pilastro

Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali

$$\bar{f}_{cd} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 13.2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 374 \text{ N/mm}^2$$

Lo sforzo normale agente sul pilastro corrisponde alla reazione vincolare dell'appoggio A della trave:

$$N_A = R_A = 300 \text{ kN}$$

Calcolo dell'armatura presente nella sezione:

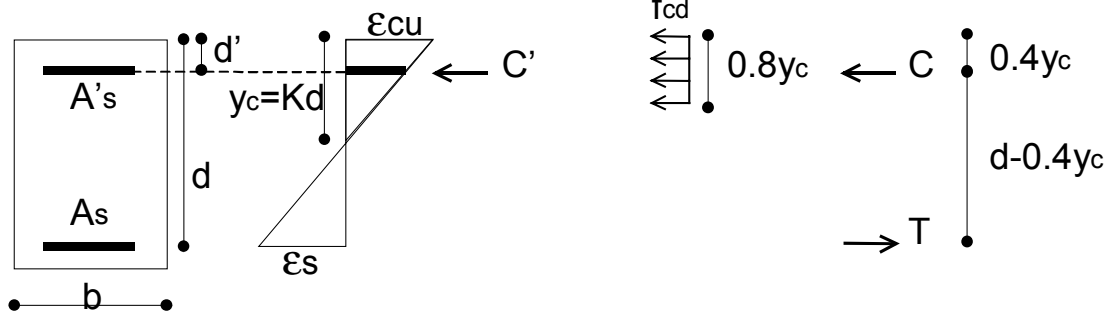
$$A_s = A'_s = 2\phi 20 + 1\phi 14 = 2 \times 3.14 + 1 \times 1.54 = 7.82 \text{ cm}^2$$

Per effettuare la verifica si ipotizza che:

a) la rottura avvenga in Regione 2

b) che l'armatura compressa sia snervata

$$\epsilon'_s > \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'(\epsilon'_s) = f_{yd}$$



Equilibrio alla traslazione

$$C + C' - T = N_A$$

$$0.8 \times y_c \times b \times \bar{f}_{cd} + A'_s \times f_{yd} - A_s \times f_{yd} = N_A$$

$$0.8 \times y_c \times b \times \bar{f}_{cd} = N_A$$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione :

$$y_c = \frac{N_A}{\bar{f}_{cd} \times b \times 0.8} = \frac{300 \times 10^3}{13.2 \times 300 \times 0.8} = 94.7 \text{ mm} = 9.47 \text{ cm}$$

Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 1 e 2 :

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5\text{‰}}{3.5\text{‰} + \epsilon_{yd}} \times d$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{374}{206 \times 10^3} = 1.82^\circ / \infty$$

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5}{3.5 + 1.82} \times 27 = 17.76 \text{ cm}$$

Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 2 e 3 :

$$y_c^{2-3} = 0.259 \times d = 0.259 \times 27 = 6.99 \text{ cm}$$

Per riconoscere la regione di appartenenza della sezione è necessario confrontare la posizione del suo asse neutro con la posizione dell'asse neutro relativo ai diagrammi di separazione fra le regioni 1 - 2 e le regioni 2 - 3 :

$$y_c^{2-3} < y_c < y_c^{1-2} \Rightarrow \text{Regione 2} \Rightarrow \text{Ipotesi a verificata}$$

La deformazione dell'acciaio compresso si ottiene dalla proporzione :

$$\varepsilon'_s : (y_c - d') = \varepsilon_{cu} : y_c$$

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{cu}}{y_c} = \frac{(9.47 - 3) \times 3.5^\circ / \infty}{9.47} = 2.39^\circ / \infty > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \text{Ipotesi b verificata}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione:

$$\begin{aligned} M_u &= A'_s \times \left(\frac{h}{2} - d' \right) \times f_{yd} + 0.8 y_c \times b \times \bar{f}_{cd} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4 y_c \right) + A_s \times \left(d - \frac{h}{2} \right) \times f_{yd} = \\ &= 782 \times (150 - 30) \times 374 + 0.8 \times 94.7 \times 300 \times 13.2 \times (150 - 0.4 \times 94.7) + \\ &+ 782 \times 374 \times (270 - 150) = \\ &= 35.1 \times 10^6 + 33.6 \times 10^6 + 35.1 \times 10^6 = \\ &= 103.8 \times 10^6 \text{ N - mm} = 103.8 \text{ kN - m} \end{aligned}$$

$$M_d = N_A \times 0.25 = 300 \times 0.25 = 75 \text{ kN - m}$$

$$M_u > M_d \Rightarrow \text{Verificato}$$