PROVA DI RECUPERO DEL 22.6.1999: ESERCIZIO N°1

Traccia

Nella struttura in c.a. rappresentata in figura, la mensola sostiene un sovraccarico (escluso il peso proprio) il cui valore di progetto è $p_d = 40$kN/m.

Progettare le armature a flessione e taglio della mensola e verificare le sezioni più sollecitate della trave e del pilastro, assumendo per i materiali le seguenti caratteristiche:

Calcestruzzo	R_{ck}=30N/mm^2
Acciaio	FeB38k (f_{yk} = 375 N/mm^2)

Disegnare le armature di tutta la struttura.

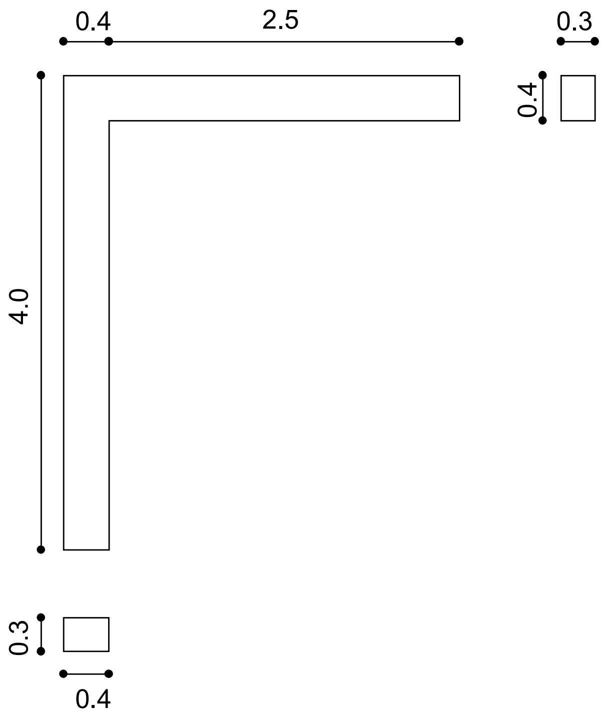


Figura 1: schema della struttura

PROVA DI RECUPERO DEL 22.6.1999: ESERCIZIO N°1

Soluzione

Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali:

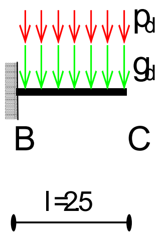
$$f_{cd} = \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 15.6 \text{ N/mm}^2$$

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 13.2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 374 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{30^2}}{1.6} = 1.14 \text{ N/mm}^2$$

1) Progetto delle armature a flessione e taglio della mensola



Il carico da peso proprio, considerando iil peso specifico del calcestruzzo pari a 25 kN/m^3, vale:

g_t=0.30×0.40×25= 3 kN/m

Amplificando g_t con il coefficiente γ_g si ottiene il valore di calcolo del peso proprio

g_d=γ_g× g_t=1.4×3= 4.2 kN/m

Il momento all'incastro vale:

$$M_B = \frac{(g_d + p_d) l^2}{2} = \frac{(4.2 + 40) \times 2.5^2}{2} = 138.125 \text{ kN - m}$$

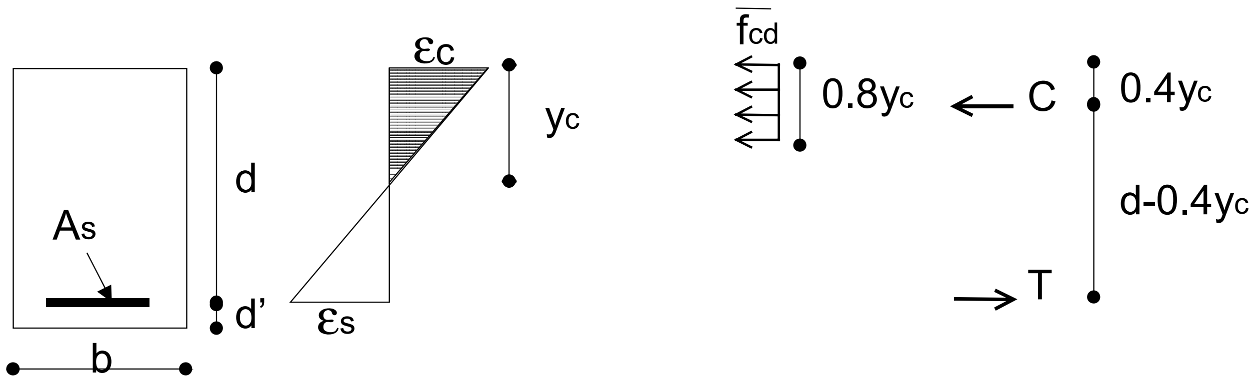
– Armatura a flessione

Considerando un copriferro d'=3 cm ed un'altezza utile d=37 cm, l'armatura a flessione strettamente necessaria risulta:

$$A_s = \frac{M_B}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{138.125 \times 10^6}{0.9 \times 370 \times 374} = 1109 \text{ mm}^2 = 11.09 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 4\phi 20 = 4 \times 3.14 = 12.56 \text{ cm}^2$$

Verifica a flessione



Si ipotizza di essere in Regione 2 o 3, quindi che l'acciaio sia snervato $\Rightarrow$ $\sigma(\varepsilon_s)= f_{yd}$

Equilibrio alla traslazione:

C=T

$$\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 y_c = A_s \times f_{yd}$$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione :

$$y_c = \frac{A_s}{0.8 \times \overline{f_{cd}} \times b} = \frac{1256 \times 374}{0.8 \times 300 \times 13.2} = 148.3 \text{ mm} = 14.83 \text{ cm}$$

Posizione dellasse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 1 e 2 :

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5°/_{oo}}{3.5°/_{oo} + \varepsilon_{yd}} \times d$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{Es} = \frac{374}{206 \times 10^3} = 1.82° / _{oo}$$

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5}{3.5 + 1.82} \times 37 = 24.3 \text{ cm}$$

Posizione dellasse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 2 e 3 :

$$y_c^{2-3} = 0.259 \times d = 0.259 \times 37 = 9.58 \text{ cm}$$

Per riconoscere la regione di appartenenza della sezione è necessario confrontare la posizione del suo asse neutro con la posizione dell'asse neutro relativo ai diagrammi di separazione fra le regioni 1-2 e le regioni 2-3

$y_c^{2-3} < y_c < y_c^{1-2}$ $\Rightarrow$ Regione 2

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno a C

$M_u = A_s \times f_{yd}$ (d-0.4 y_c)= 1256374× (370-0.4×148.3)= 145.9×10^6 N-m= 145.9 kN-m

$M_u > M_B$ $\Rightarrow$ Verificato

– Armatura a taglio

La componente verticale della reazione vincolare in corrispondenza dell'incastro, uguale al taglio in B, risulta:

$T_B=(g_d+p_d)\times l= (4.2\times 40)\times 2.5= 110.5$ kN

Verifica del conglomerato: la resistenza delle bielle compresse deve essere maggiore del taglio di calcolo T_B

$T_B \leq 0.3\times f_{cd}\times b\times d \leq 0.3\times 15.6\times 300\times 370 \leq 519.48\times 10^3$ N=519.48 kN $\Rightarrow$ Verificato

Il taglio assorbito dal conglomerato vale:

$V_{cu}= 0.60\ f_{ctd}\times b\times d\times \delta = 0.60\times 1.14\times 300\times 370= 75.9$ kN

Poiché risulta

$V_{cu}> T_B/2$

si deve assumere che l'armatura assorba almeno metà del taglio

$V_{su}= T_B/2$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{T_B}{2\times f_{yd}\times 0.9d} = \frac{110.5\times 10^3}{2\times 374\times 0.9\times 370} = 0.4436\frac{mm^2}{mm} = 4.44\frac{cm^2}{m}$$

Il quantitativo minimo di armatura previsto dalla normativa risulta :

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0.10\left(1+0.15\frac{d}{b}\right)\times b = 0.10\left(1+0.15\times\frac{37}{30}\right)\times 30 = 3.56\frac{cm^2}{m}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} > \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min}$$

$V_{su}= A_{sw}\times f_{yd}\times (0.9d/s)= T_B/2$

Scegliendo ferri $\phi 8$ si ha:

$A_t= 0.50\ cm^2$

Il passo delle staffe che si ottiene adottando ferri $\phi 8$ è:

$$s = \frac{2A_t}{A_{sw}/s} = \frac{2\times 0.50}{4.44} = 0.225\ m = 22.5\ cm$$

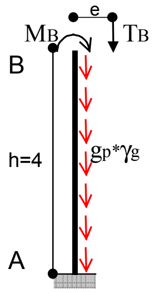
Il passo minimo previsto dalla normativa vale:

s_{norm}=min (33 cm ; 0.8d)= min (33 cm ; 29.6 cm)= 29.6 cm

$s< s_{norm}$ $\Rightarrow$ Verificato

Si possono adottare 5 staffe $\phi 8$ a due bracci per metro = 1 staffa $\phi 8$/20 cm= 5 cm^2/m

2) Verifica a pressoflessione del pilastro



Il carico da peso proprio del pilastro vale:

$g_p=g_t= 3$ kN/m

Lo sforzo normale alla base del pilastro risulta:

$N_A= T_B+\gamma_g\times g_t\times h= 110.5+1.4\times3\times4= 110.5+16.8=$

$= 127.3$ kN

ed il momento flettente:

$M_A= M_B+T_B\times e= 138.125+110.5\times0.2= 160.225$ kN-m

Calcolo dell'armatura presente nella sezione:

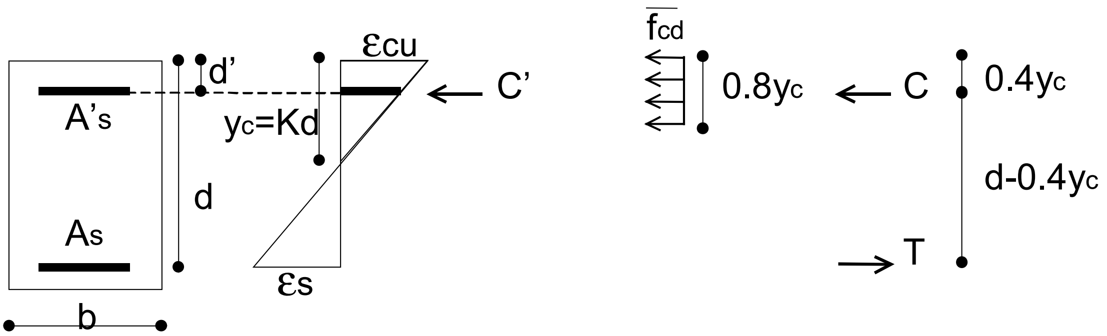
$A_s= 4\phi20= 4\times3.14= 12.56\ cm^2$

$A'_s= 2\phi20= 2\times3.14= 6.28\ cm^2$

Per effettuare la verifica si ipotizza che:

a)la rottura avvenga in Regione 2

b)che l'armatura compressa sia snervata $\qquad \varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \;\Rightarrow\; \sigma'(\varepsilon'_s)= f_{yd}$



Equilibrio alla traslazione:

$C+C'-T= N_A$

$$0.8\times y_c\times b\times\overline{f_{cd}} + A'_s\times f_{yd} - A_s\times f_{yd} = N_A$$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione :

$$y_c = \frac{N_A + (A_s - A'_s)\times f_{yd}}{\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8} = \frac{127300+(1256-628)\times 374}{13.2\times 300\times 0.8} = 114.3\ \text{mm} = 11.43\ \text{cm}$$

Per riconoscere la regione di appartenenza della sezione è necessario confrontare la posizione del suo asse neutro con la posizione dell'asse neutro relativo ai diagrammi di separazione fra le regioni 1 - 2 e le regioni 2 - 3 precedentemente calcolata :

$y_c^{1-2} = 24.3$ cm

$y_c^{2-3} = 9.58$ cm

$y_c^{2-3} < y_c < y_c^{1-2} \quad \Rightarrow \quad$ Regione 2 $\quad \Rightarrow \quad$ Ipotesi a verificata

La deformazione dell'acciaio compresso si ottiene dalla proporzione :

$\varepsilon'_s : (y_c - d') = \varepsilon_{cu} : y_c$

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{cu}}{y_c} = \frac{(11.43 - 3) \times 3.5°/_{oo}}{11.43} = 2.58°/_{oo} > \varepsilon_{yd} = 1.82°/_{oo} \Rightarrow \text{ Ipotesi b verificata}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione:

$$M_u = A'_s \times \left(\frac{h}{2} - d'\right) \times f_{yd} + 0.8 y_c \times b \times \overline{f_{cd}} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4 y_c\right) + A_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) \times f_{yd} =$$

$$= 628 \times (200 - 30) \times 374 + 0.8 \times 114.3 \times 300 \times 13.2 \times (200 - 0.4 \times 114.3) +$$

$$+ 1256 \times 374 \times (370 - 200) =$$

$$= 39.92 \times 10^6 + 55.87 \times 10^6 + 79.9 \times 10^6 =$$

$$= 175.69 \times 10^6 \text{ N - mm} = 175.69 \text{ kN - m}$$

$M_u > M_A \quad \Rightarrow \quad$ Verificato