

Esercizio n°2 – Cemento Armato

Si consideri il portale in cemento armato indicato in figura costituito da una trave di base $b_t=30$ cm e altezza $h_t=60$ cm, e da due pilastri identici con dimensioni in sezione $b_p=h_p=30$ cm, e soggetto ad un carico di calcolo distribuito di 40 kN/m. I diagrammi delle sollecitazioni, comprensivi dell'effetto dovuto al peso proprio degli elementi strutturali, sono indicati nella stessa figura.

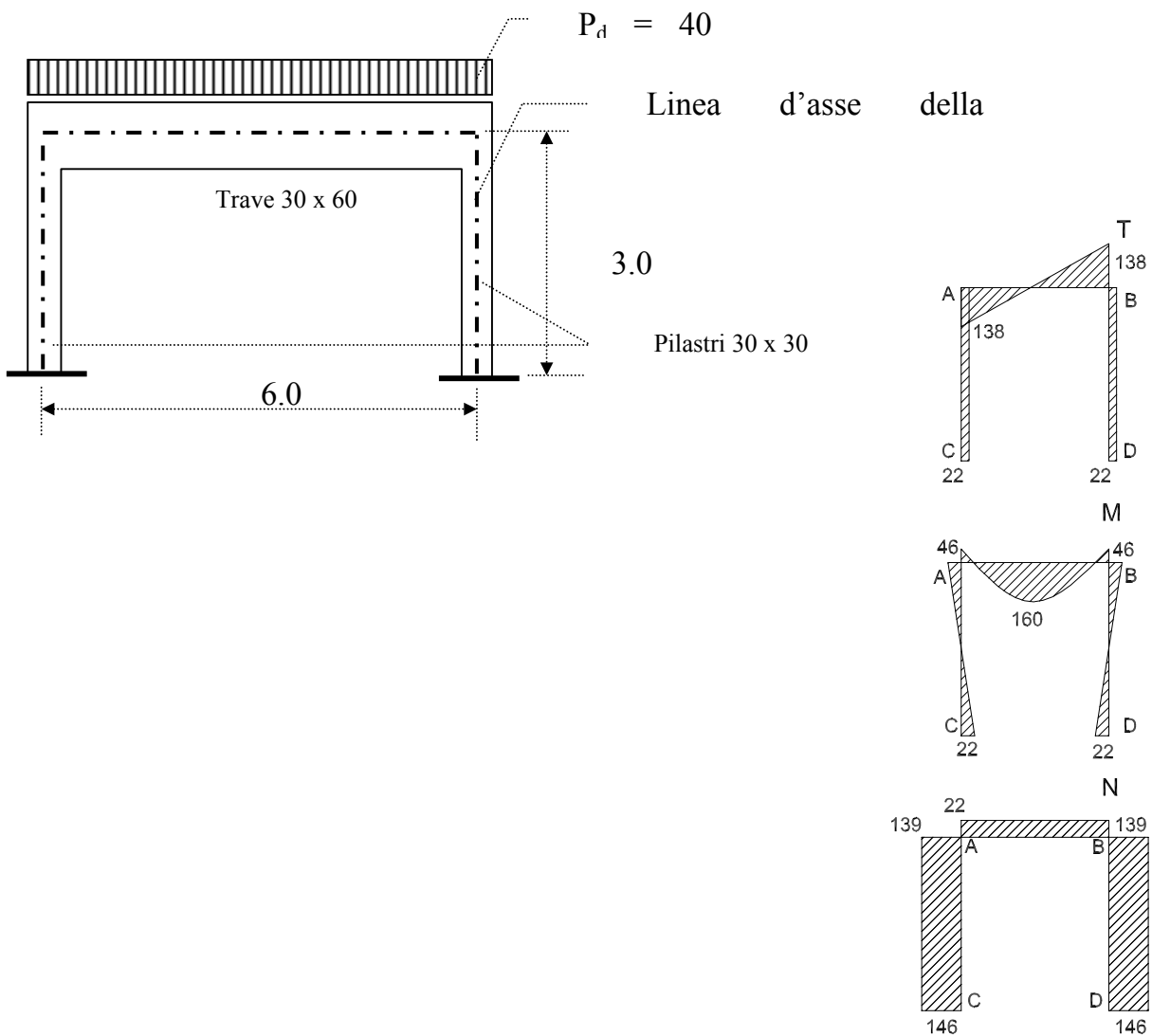
Sulla base di tali dati, si effettuino

- 1) Il progetto delle armature longitudinali della trave nella sezione di mezzeria e all'appoggio;
- 2) La verifica a flessione con doppia armatura della trave nella sezione di mezzeria;
- 3) Il progetto delle armature trasversali della trave utilizzando solo staffe;
- 4) Il progetto delle armature del pilastro utilizzando il diagramma di interazione allegato;

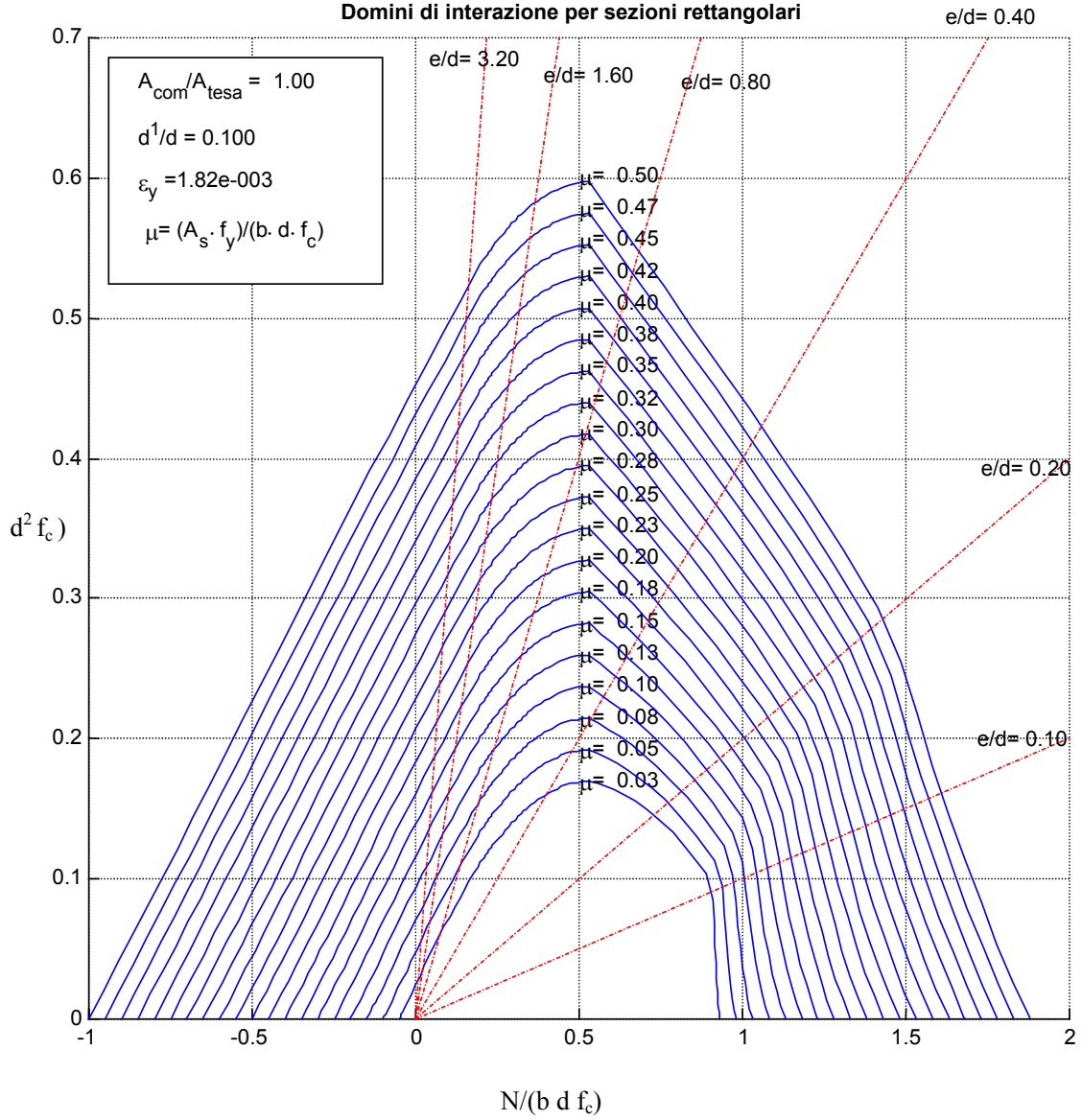
A tale scopo le caratteristiche dei materiali da adottare sono le seguenti:

Calcestruzzo: $R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ ($\overline{f_{cd}} = 13.23 \text{ N/mm}^2$)

Acciaio: Feb44k ($f_{yd} = 374 \text{ N/mm}^2$)



Domini di interazione per sezioni rettangolari



1) Progetto delle armature longitudinali della trave nella sezione di mezzeria e all'appoggio

$$A_f = \frac{M_{AB}}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{16000}{0.9 \times 57 \times 37.4} = 8.34 \text{ cm}^2$$

$$A_f = 2\phi 16 + 2\phi 18 = 2 \times 2.01 + 2 \times 2.54 = 9.11 \text{ cm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_f \times f_{yd}}{b \times d \times f_{cd}} = \frac{9.11 \times 37.4}{30 \times 57 \times 1.32} = 0.15$$

$$A_f = \frac{M_A}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{4600}{0.9 \times 57 \times 37.4} = 2.4 \text{ cm}^2$$

$$A_f = 2\phi 16 = 2 \times 2.01 = 4.02 \text{ cm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_f \times f_{yd}}{b \times d \times f_{cd}} = \frac{4.02 \times 37.4}{30 \times 57 \times 1.32} = 0.066$$

2) Verifica a flessione con doppia armatura della trave nella sezione di mezzeria
Come armatura a compressione nella sezione AB è sufficiente far proseguire in campata come correnti superiori i ferri progettati a trazione per l'appoggio A, per cui si ha:

$$A'_f = 2\phi 16 = 4.02 \text{ cm}^2 \quad \mu'_s = 0.066$$

Per determinare il meccanismo di rottura della sezione si determina la percentuale meccanica di armatura corrispondente alla rottura bilanciata:

$$\mu_s^{(2-3)} = 0.210 + \mu'_s \frac{\sigma'_s}{f_{yd}}$$

μ_s è certamente inferiore di $\mu_s^{(2-3)}$ ($\mu_s = 0.15 < 0.21$), per cui la sezione è debolmente armata (Regione 3)

$$0.81K = \mu_s - \mu'_s \frac{\sigma'_s}{f_{yd}}$$

Si ipotizza $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$

$$0.81K = \mu_s - \mu'_s$$

$$K = \frac{0.15 - 0.066}{0.81} = 0.104$$

$$\delta = \frac{d'}{d} = \frac{3}{57} = 0.052$$

$$\varepsilon'_s = \frac{(K - \delta) \times \varepsilon_{sl}}{1 - K} = \frac{(0.104 - 0.052) \times 10^{\circ}/_{\infty}}{1 - 0.104} = 0.58^{\circ}/_{\infty}$$

$\varepsilon'^2_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow$ Ipotesi non verificata; è necessario correggere l'equazione di equilibrio alla

$$0.81K^2 - (0.81 + \mu_s + \mu'_s \alpha)K + \mu_s + \mu'_s \alpha \delta = 0$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{sl}}{\varepsilon_{yd}} = \frac{10 \times 10^{-3}}{1.82 \times 10^{-3}} = 5.49$$

$$0.81K^2 - (0.81 + 0.15 + 0.362)K + 0.15 + 0.0188 = 0$$

$$0.81K^2 - 1.322K + 0.168 = 0 \Rightarrow K_1 = 1.49$$

$$\Rightarrow K_2 = 0.139$$

traslazione

Poiché $K=y_c/d$ si deve avere $0 \leq K \leq 1$, quindi la soluzione $K_1=1.49$ non è accettabile e pertanto $K=K_1=0.139$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno alla risultante del cls compresso:

$$M_u = A_f \times f_{yd} \times (d - 0.416y_c) + A'_f \times \sigma'_s \times (0.416y_c - d')$$

$$\varepsilon'_s = \frac{(0.139 - 0.052) \times 10^{\circ} / \infty}{1 - 0.139} = 1.01^{\circ} / \infty$$

$$\sigma'_s = 1.01 \times 10^3 \times 205 \times 10^2 = 20.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$y_c = Kd = 0.139 \times 57 = 7.92 \text{ cm}$$

$$M_u = 9.11 \times 37.4(57 - 3.29) + 4.02 \times 20.7(3.29 - 3) = 18323 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 183.23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

3) Progetto delle armature trasversali della trave

$$f_{cd} = \frac{0.83R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 15.56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{30^2}}{1.6} = 1.14 \text{ N/mm}^2$$

Verifica a taglio in assenza di apposita armatura

$$V_{cu} = 0.25 \times f_{ctd} \times r(1 + 50\rho_l) \times b \times d \times \delta$$

$$r = \max(1.6 - d; 1) = 1.03$$

$$\rho_l = 0$$

$$\delta = 1$$

Il taglio assorbito dal conglomerato vale:

$$V_{cu} = 0.25 \times 0.114 \times 1.03 \times 30 \times 57 = 63.2 \text{ kN}$$

$V_{cu} < V_d = 138 \text{ kN} \Rightarrow$ Sezione non verificata, è necessario adottare una apposita armatura a taglio

Verifica delle bielle compresse, la cui resistenza deve essere maggiore del taglio di calcolo

$$V_d \leq 0.3 \times f_{cd} \times b \times d \leq 0.3 \times 15.56 \times 30 \times 57 \leq 790 \text{ kN} \Rightarrow \text{Verificato}$$

Il taglio assorbito dal conglomerato vale:

$$V_{cu} = 0.60 f_{ctd} \times b \times d \times \delta = 0.60 \times 0.114 \times 30 \times 57 = 117 \text{ kN}$$

Poiché risulta

$$V_{cu} > V_d / 2 \quad \text{allora} \quad V_{su} = V_d / 2 = 69 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d}{f_{yd} \times 0.9d} = \frac{69}{37.4 \times 0.9 \times 57} = 0.036 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} = 3.6 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Il quantitativo minimo di armatura previsto dalla normativa risulta :

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0.10 \left(1 + 0.15 \frac{d}{b}\right) \times b = 0.10 \left(1 + 0.15 \times \frac{57}{30}\right) \times 30 = 3.9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} < \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min}$$

si deve assumere che l'armatura assorba almeno metà del taglio

E' sufficiente adottare il minimo di normativa. Scegliendo ferri $\phi 8$ si ha: $A_t = 0.50 \text{ cm}^2$

Il passo delle staffe che si ottiene adottando ferri $\phi 8$ è:

$$s = \frac{2A_t}{A_{sw}/s} = \frac{2 \times 0.50}{3.9} = 0.26 \text{ m} = 26 \text{ cm}$$

Il passo minimo previsto dalla normativa vale:

$$s_{norm} = \min(33 \text{ cm} ; 0.8d) = \min(33 \text{ cm} ; 45.6 \text{ cm}) = 33 \text{ cm}$$

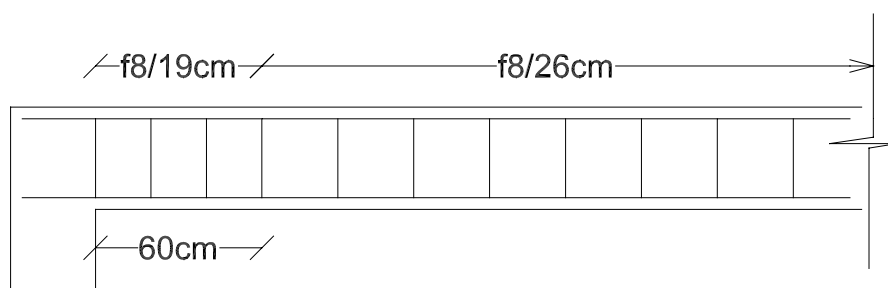
$$s < s_{norm} \Rightarrow \text{Verificato}$$

In corrispondenza degli appoggi, per una lunghezza pari a $d=57\text{cm}$, il passo deve essere

$s < 12\phi$ (diametro minimo dei ferri longitudinali adottati)

quindi

$$s = 12 \times 1.6 = 19.2 \text{ cm} \Rightarrow s = 19 \text{ cm}$$



4) Progetto delle armature del pilastro

Calcolo dei valori adimensionali della forza normale e del momento ultimi alla base:

$$n_d = \frac{N_d}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{146}{30 \times 27 \times 1.326} = 0.14$$

$$m_d = \frac{M_d}{b \times d^2 \times \overline{f_{cd}}} = \frac{2200}{30 \times 27^2 \times 1.326} = 0.08$$

Riportando i valori di n_d e m_d sul grafico si ottiene $\mu_s=0.03$

L'armatura a pressoflessione strettamente necessaria risulta dunque:

$$A_f = \mu_s \times \frac{b \times d \times \overline{f_{cd}}}{f_{yd}} = 0.03 \times \frac{30 \times 27 \times 1.326}{37.4} = 0.86 \text{ cm}^2$$

Calcolo dei valori adimensionali della forza normale e del momento ultimi in sommità:

$$n_d = \frac{N_d}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{138}{30 \times 27 \times 1.326} = 0.128$$

$$m_d = \frac{M_d}{b \times d^2 \times \overline{f_{cd}}} = \frac{4600}{30 \times 27^2 \times 1.326} = 0.158$$

Riportando i valori di n_d e m_d sul grafico si ottiene $\mu_s=0.12$

L'armatura a pressoflessione strettamente necessaria risulta dunque:

$$A_f = \mu_s \times \frac{b \times d \times \overline{f_{cd}}}{f_{yd}} = 0.12 \times \frac{30 \times 27 \times 1.326}{37.4} = 3.44 \text{ cm}^2 > 0.86 \text{ cm}^2 = \text{armatura minima ai piedi del pilastro}$$

Quindi si adottano $4\phi 12 = 4.52 \text{ cm}^2$