

PROVA DI RECUPERO DEL 20.12.1999: ESERCIZIO N°2

**Traccia**

Per la travatura reticolare schematizzata in figura progettare e verificare le aste che concorrono nel nodo A, adottando dei profili ad L a lati disuguali ed acciaio di classe Fe 510 ( $f_d=355\text{N/mm}^2$ ). Progettare e disegnare inoltre il nodo A nell'ipotesi che esso sia di tipo bullonato, adottando bulloni di classe 5.6 ( $f_{d,v}=212\text{N/mm}^2$ ).

I carichi indicati in figura includono il peso proprio della travatura e vanno intesi come valori di calcolo (carichi ottenuti da quelli caratteristici amplificandoli per i corrispondenti coefficienti  $\gamma$ ).

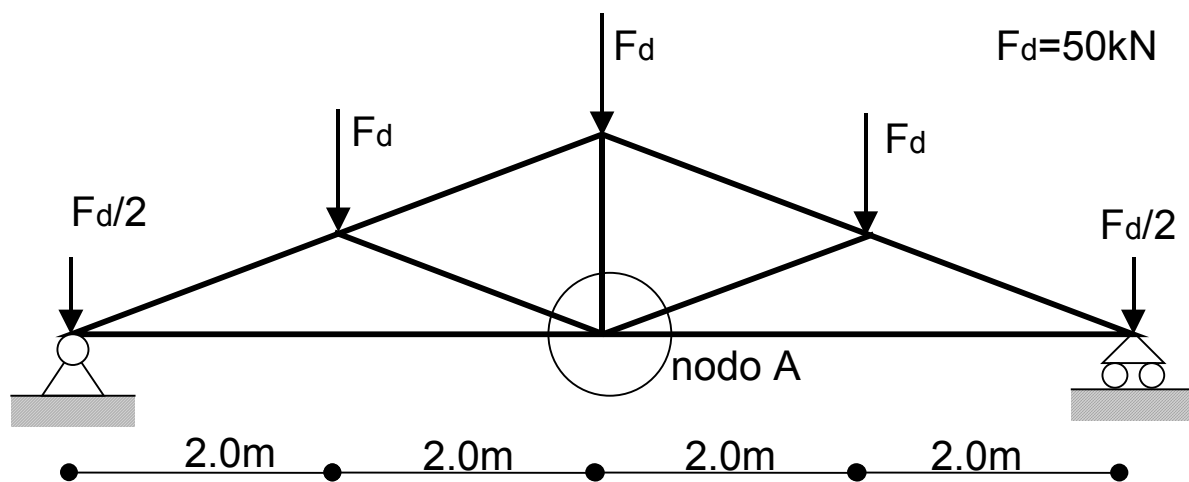
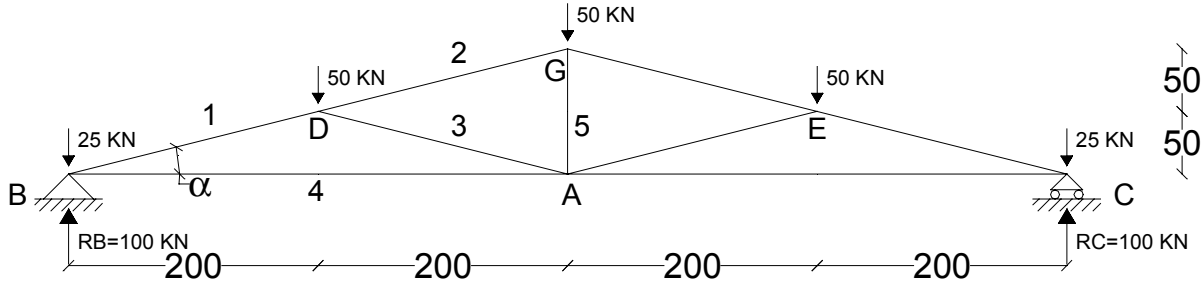


Figura 2: schema della struttura

PROVA DI RECUPERO DEL 20.12.1999: ESERCIZIO N°2

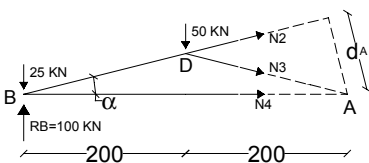
Soluzione



1) Determinazione degli sforzi nelle aste

$$\alpha = \arctg \frac{100}{400} = 0.25 \text{ rad} = 14.04^\circ$$

$$BD = 200 / \cos \alpha = 206 \text{ cm} = 2.06 \text{ m}$$



Equilibrio alla rotazione intorno ad A :

$$d_A = 4 \times \sin \alpha = 0.97 \text{ m}$$

$$25 \times 4 - 100 \times 4 + 50 \times 2 - N_2 \times 0.97 = 0$$

$$N_2 = -\frac{200}{0.97} = -206.15 \text{ kN}$$

Equilibrio alla rotazione intorno a D :

$$25 \times 2 - 100 \times 2 + N_4 \times 0.5 = 0$$

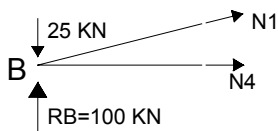
$$N_4 = \frac{150}{0.5} = 300 \text{ kN}$$

Equilibrio alla rotazione intorno a B :

$$d_B = 4 \times \sin \alpha = 0.97 \text{ m}$$

$$-50 \times 2 - N_3 \times 0.97 = 0$$

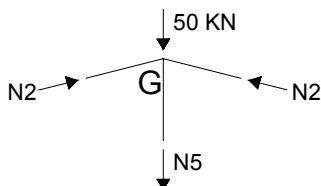
$$N_3 = -\frac{100}{0.97} = -103.1 \text{ kN}$$



Equilibrio alla traslazione orizzontale nel nodo B :

$$N_1 \times \cos \alpha + N_4 = 0$$

$$N_1 = -\frac{N_4}{\cos \alpha} = -\frac{300}{\cos \alpha} = -309.24 \text{ kN}$$



Equilibrio alla traslazione verticale nel nodo G :

$$N_5 + 50 - 2 \times N_2 \times \sin \alpha = 0$$

$$N_5 = 2 \times 206.15 \times \sin \alpha - 50 = 50 \text{ kN}$$

2a) Dimensionamento delle aste:

– Corrente inferiore teso

$$A_{str.nec} = \frac{N4}{f_d} = \frac{300 \times 10^3}{355} = 845 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo 2L } 40 \times 60 \times 6$$

$$A = 2 \times 568 = 1116 \text{ mm}^2$$

– Asta di parete tesa

$$A_{str.nec} = \frac{N5}{f_d} = \frac{50 \times 10^3}{355} = 141 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo minimo 2L } 20 \times 30 \times 4$$

$$A = 2 \times 185 = 370 \text{ mm}^2$$

– Asta di parete compressa

$$A_{str.nec} = \frac{N3}{f_d} = \frac{103.1 \times 10^3}{355} = 290.4 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{si adotta il profilo 2L } 40 \times 60 \times 5$$

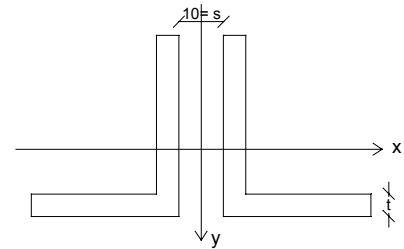
$$A = 2 \times 479 = 958 \text{ mm}^2$$

2b) Verifica di instabilità dell'asta di parete compressa:

Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione nel piano della travatura:

$$\rho_x = \sqrt{\frac{2 I_x}{2A}} = \sqrt{\frac{2 \times 17.2}{2 \times 4.79}} = 1.89 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{L}{\rho_x} = \frac{206}{1.89} = 109$$



Valutazione della snellezza dell'asta considerando l'inflessione fuori dal piano della travatura :

$$I_y' = 6.11 \text{ cm}^4$$

$$e_y = 0.972 \text{ cm}$$

$$\rho_{min} = 0.86 \text{ cm}$$

Il momento d'inerzia rispetto all'asse y dei profili accoppiati risulta :

$$I_y = 2 \left[ I_y' + A \times \left( e_y + \frac{s}{2} \right)^2 \right] = 2 \left[ 6.11 + 4.79 \times (0.972 + 0.5)^2 \right] = 33 \text{ cm}^4$$

da cui si ottiene il raggio d'inerzia :

$$\rho_y = \sqrt{\frac{I_y}{2A}} = \sqrt{\frac{33}{2 \times 4.79}} = 1.86 \text{ cm}$$

per calcolare la snellezza dell'asta composta, considerata a sezione compatta :

$$\lambda_y = \frac{L}{\rho_y} = \frac{206}{1.86} = 110.7$$

Calcolo della snellezza del singolo profilato sulla luce pari all'interasse fra i calastrelli

$$\lambda_1 = \frac{L/6}{\rho_{\min}} = \frac{206/6}{0.86} = 39.9$$

A questo punto la snellezza ideale risulta :

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{110.7^2 + 39.9^2} = 117.7$$

$$\lambda_{eq} > \lambda_x \Rightarrow \omega \text{ viene trovato in base a } \lambda_{eq} \Rightarrow \omega = 3.27$$

La tensione agente nell'asta, maggiorando lo sforzo normale agente su di essa tramite il coefficiente  $\omega$  risulta :

$$\sigma = \frac{\omega \times N_3}{A} = \frac{3.27 \times 103.1 \times 10^3}{958} = 351.9 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$

### 2c) Verifica aste tese

– Corrente inferiore teso  $\Rightarrow 2L \ 40 \times 60 \times 6$

Si ipotizza di adottare bulloni  $\phi 16 \Rightarrow d_{\text{foro}} = 17 \text{ mm}$

L'area della sezione depurata dai fori risulta:

$$A_{\text{netta}} = A - 2 d_{\text{foro}} \times t = 1116 - 2 \times 17 \times 6 = 932 \text{ mm}^2$$

La tensione agente nell'asta è dunque:

$$\sigma = N_4 / A_{\text{netta}} = 300 \times 10^3 / 932 = 321.8 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Asta di parete tesa  $\Rightarrow 2L \ 20 \times 30 \times 4$

Si ipotizza di adottare bulloni  $\phi 10 \Rightarrow d_{\text{foro}} = 11 \text{ mm}$

L'area della sezione depurata dai fori risulta:

$$A_{\text{netta}} = A - 2 d_{\text{foro}} \times t = 370 - 2 \times 11 \times 4 = 282 \text{ mm}^2$$

La tensione agente nell'asta è dunque:

$$\sigma = N_5 / A_{\text{netta}} = 50 \times 10^3 / 282 = 177.3 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$

### 3) Verifica della bullonatura

– Corrente inferiore

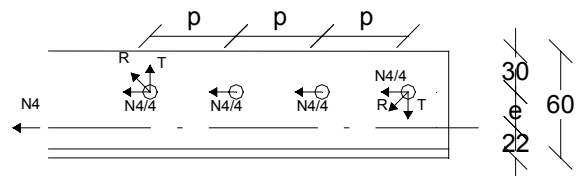
Si adottano  $4\phi 16$

$$N_4 = 300 \times 10^3 \text{ N}$$

$$e = 60 - (30 + 22) = 8 \text{ mm}$$

$$3d \leq p \leq 10d \Rightarrow p = 6d = 6 \times 16 = 96 \text{ mm}$$

$$1.5d \leq a \leq 3d \Rightarrow a = 30 \text{ mm}$$



Verifica del bullone sollecitato da uno sforzo di taglio eccentrico

Calcolo della componente di forza T agente su ciascun bullone :

$$T = \frac{N4 \times e}{3p} = 300 \times 10^3 \times \frac{8}{3 \times 96} = 8.3 \times 10^3 \text{ N}$$

La risultante agente su ciascun bullone vale :

$$R = \sqrt{(N4/4)^2 + T^2} = \sqrt{(300 \times 10^3 / 4)^2 + (8.3 \times 10^3)^2} = 75.5 \times 10^3 \text{ N}$$

La sezione resistente del bullone di diametro  $\phi 16$  è :

$$A_b = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 16^2}{4} = 201 \text{ mm}^2$$

La tensione di taglio agente su ciascun bullone, impegnato in due sezioni di taglio, vale dunque :

$$\tau_{\text{bull}} = \frac{R}{2A_b} = \frac{75.5 \times 10^3}{2 \times 201} = 187.7 \text{ N/mm}^2 < f_{d,v} \Rightarrow \text{Verificato}$$

Verifica a rifollamento del fazzoletto

$$\sigma_{\text{rif}} = \frac{R}{d \times s} = \frac{75.5 \times 10^3}{16 \times 10} = 471.9 \text{ N/mm}^2 < \alpha f_d$$

$$\alpha = \frac{a}{d} = \frac{30}{16} = 1.875$$

$$\alpha f_d = 1.875 \times 355 = 665.6 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{\text{rif}} \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Asta di parete tesa

Si adottano  $2\phi 10$

$$N5 = 50 \times 10^3 \text{ N}$$

$$e = 30 - (15 + 10.3) = 4.7 \text{ mm}$$

$$3d \leq p \leq 10d \Rightarrow p = 6d = 6 \times 10 = 60 \text{ mm}$$

$$1.5d \leq a \leq 3d \Rightarrow a = 1.5d = 1.5 \times 10 = 15 \text{ mm}$$

Verifica del bullone sollecitato da uno sforzo di taglio eccentrico

Calcolo della componente di forza T agente su ciascun bullone :

$$T = \frac{N5 \times e}{p} = 50 \times 10^3 \times \frac{4.7}{60} = 3.92 \times 10^3 \text{ N}$$

La risultante agente su ciascun bullone vale :

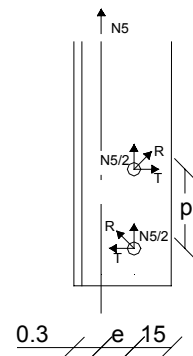
$$R = \sqrt{(N5/2)^2 + T^2} = \sqrt{(50 \times 10^3 / 2)^2 + (3.92 \times 10^3)^2} = 25.3 \times 10^3 \text{ N}$$

La sezione resistente del bullone di diametro  $\phi 10$  è :

$$A_b = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.5 \text{ mm}^2$$

La tensione di taglio agente su ciascun bullone, impegnato in due sezioni di taglio, vale dunque :

$$\tau_{\text{bull}} = \frac{R}{2A_b} = \frac{25.3 \times 10^3}{2 \times 78.5} = 161.1 \text{ N/mm}^2 < f_{d,v} \Rightarrow \text{Verificato}$$



Verifica a rifollamento del fazzoletto

$$\sigma_{rif} = \frac{R}{d \times s} = \frac{25.3 \times 10^3}{10 \times 8} = 316.25 \text{ N/mm}^2 < f_d \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Asta di parete compressa

Si adottano  $2\phi 14$

$$N_3 = 103.1 \times 10^3 \text{ N}$$

$$e = 60 - (30 + 19.6) = 10.4 \text{ mm}$$

$$3d \leq p \leq 10d \Rightarrow p = 6d = 6 \times 14 = 84 \text{ mm}$$

$$1.5d \leq a \leq 3d \Rightarrow a = 30 \text{ mm}$$

Verifica del bullone sollecitato da uno sforzo di taglio eccentrico

Calcolo della componente di forza T agente su ciascun bullone :

$$T = \frac{N_3 \times e}{p} = 103.1 \times 10^3 \times \frac{10.4}{84} = 12.8 \times 10^3 \text{ N}$$

La risultante agente su ciascun bullone vale :

$$R = \sqrt{(N_3/2)^2 + T^2} = \sqrt{(103.1 \times 10^3 / 2)^2 + (12.8 \times 10^3)^2} = 53.1 \times 10^3 \text{ N}$$

La sezione resistente del bullone di diametro  $\phi 14$  è :

$$A_b = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 14^2}{4} = 154 \text{ mm}^2$$

La tensione di taglio agente su ciascun bullone, impegnato in due sezioni di taglio, vale dunque :

$$\tau_{bull} = \frac{R}{2A_b} = \frac{53.1 \times 10^3}{2 \times 154} = 172.5 \text{ N/mm}^2 < f_{d,v} \Rightarrow \text{Verificato}$$

Verifica a rifollamento del fazzoletto

$$\sigma_{rif} = \frac{R}{d \times s} = \frac{53.1 \times 10^3}{14 \times 10} = 379.3 \text{ N/mm}^2 < \alpha f_d$$

$$\alpha = \frac{a}{d} = \frac{30}{14} = 2.14$$

$$\alpha f_d = 2.14 \times 355 = 760 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{rif} \Rightarrow \text{Verificato}$$

