

PROVA INTERCORSO N°3 del 10.6.1999: ESERCIZIO N°2

Traccia

Per la trave in c.a.p. a fili aderenti la cui sezione di mezzeria è indicata in figura 2, effettuare la verifica elastica:

1. al tiro
2. in servizio

Dati del problema

Dati geometrici

- $b_s = 120$ cm
 $s_s = 20$ cm
 $b_i = 50$ cm
 $s_i = 40$ cm
 $s_w = 15$ cm
 $a = 40$ cm
 $\delta = 10$ cm

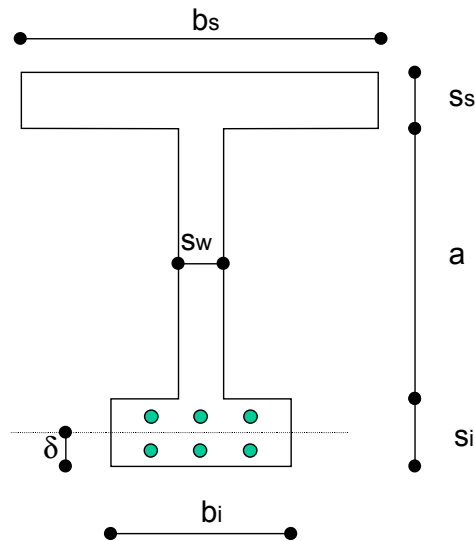


Figura 2: schema della sezione

Caratteristiche dei materiali

Resistenza caratteristica del calcestruzzo:

$$f_{ck} = f_{ckj} = 29.05 \text{ N/mm}^2$$

Resistenza caratteristica a rottura dell'acciaio:

$$f_{ptk} = 1800 \text{ N/mm}^2$$

Tiro iniziale $N_i = 3044$ kN

Azioni esterne

Al tiro

Momento peso proprio $M_g = 430$ kN·m

In servizio

Momento peso proprio + Momento permanente + Momento accidentale

$$M_g + M_p + M_q = 1803 \text{ kN·m}$$

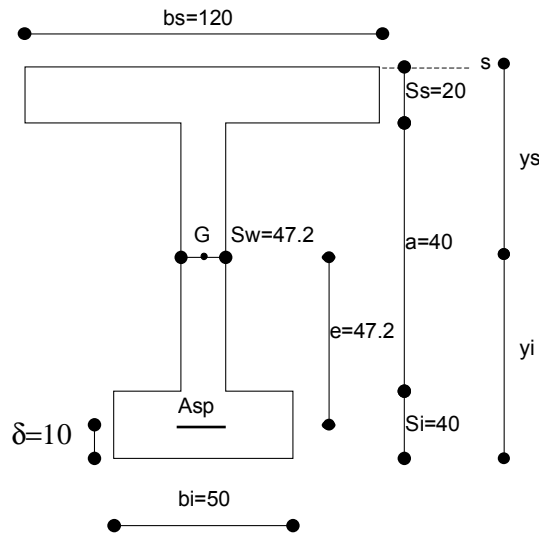
Armatura

Area cavi $A_{sp} = 21.142 \text{ cm}^2$

NB: si considerino condizioni quasi permanenti per gli effetti del carico accidentale e un ambiente di tipo moderatamente aggressivo. Inoltre tutte le deformazioni lente vengono scontate in fase iniziale. Infine è possibile trascurare il rilassamento dell'acciaio.

PROVA INTERCORSO N°3 del 10.6.1999: ESERCIZIO N°2

Soluzione



Caratteristiche geometriche della sezione omogeneizzata

$$A^* = b_s \times s_s + a \times s_w + s_i \times b_i + nA_{sp} = 120 \times 20 + 40 \times 15 + 40 \times 50 + 6 \times 21.242 = 5127 \text{ cm}^2$$

$$S_s^* = \frac{b_s \times s_s^2}{2} + a \times s_w \times \left(s_s + \frac{a}{2} \right) + b_i \times s_i \times \left(s_s + a + \frac{s_i}{2} \right) + nA_{sp}(s_s + a + s_i - \delta) =$$

$$= \frac{120 \times 20^2}{2} + 40 \times 15 \times \left(20 + \frac{40}{2} \right) + 50 \times 40 \times \left(20 + 40 + \frac{40}{2} \right) + 6 \times 21.142 \times (20 + 40 + 40 - 10) =$$

$$= 219417 \text{ cm}^3$$

$$y_s = \frac{S_s^*}{A^*} = \frac{219417}{5127} = 42.8 \text{ cm}$$

$$H = s_s + a + s_i = 100 \text{ cm}$$

$$y_i = H - y_s = 100 - 42.8 = 57.2 \text{ cm}$$

$$e = y_i - \delta = 57.2 - 10 = 47.2 \text{ cm}$$

$$I_g^* = \frac{b_s \times s_s^3}{12} + b_s \times s_s \times \left(y_s - \frac{s_s}{2} \right)^2 + \frac{a^3 \times s_w}{12} + a \times s_w \times \left(y_s - s_s - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{b_i \times s_i^3}{12} + b_i \times s_i \times \left(y_i - \frac{s_i}{2} \right)^2 +$$

$$+ nA_{sp}(y_i - \delta)^2 =$$

$$= \frac{120 \times 20^3}{12} + 120 \times 20 \times \left(42.8 - \frac{20}{2} \right)^2 + \frac{15 \times 40^3}{12} + 15 \times 40 \times \left(42.8 - 20 - \frac{40}{2} \right)^2 + \frac{50 \times 40^3}{12} +$$

$$+ 50 \times 40 \times \left(57.2 - \frac{40}{2} \right)^2 + 6 \times 21.142 \times (57.2 - 10)^2 = 6063673 \text{ cm}^4$$

$$W_s^* = \frac{I_g^*}{y_s} = \frac{6063673}{42.8} = 141675 \text{ cm}^3$$

$$W_i^* = \frac{I_g^*}{y_i} = \frac{6063673}{57.2} = 106008 \text{ cm}^3$$

1) Verifiche al tiro

– Tensione nel cls al lembo superiore

$$\sigma_{cs}^{\circ} = \frac{N_i}{A^*} - \frac{N_i \times e - M_g}{W_s^*} = \frac{3044 \times 10^3}{5127 \times 10^2} - \frac{3044 \times 10^3 \times 472 - 430 \times 10^6}{141675 \times 10^3} = -1.169 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ci}^{\circ} > \overline{\sigma_{ct}^{\circ}} = -0.10 f_{ckj} = -0.10 \times 29.05 = -2.905 \text{ N/mm}^2 \text{ (con armature a trazione)} \Rightarrow \text{Verificato}$$

$$\sigma_{ci}^{\circ} > \overline{\sigma_{ct}^{\circ}} = -0.05 f_{ckj} = -0.05 \times 29.05 = -1.452 \text{ N/mm}^2 \text{ (senza armature a trazione)} \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Tensione nel cls al lembo inferiore

$$\sigma_{ci}^{\circ} = \frac{N_i}{A^*} + \frac{N_i \times e - M_g}{W_i^*} = \frac{3044 \times 10^3}{5127 \times 10^2} + \frac{3044 \times 10^3 \times 472 - 430 \times 10^6}{106008 \times 10^3} = 15.434 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ci}^{\circ} < \overline{\sigma_c^{\circ}} = 0.60 f_{ckj} = 0.60 \times 29.05 = 17.43 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Tensione nel cls a livello del cavo

$$\sigma_{ci}^{\circ} = \frac{N_i}{A^*} + \frac{N_i \times e - M_g}{I_g^*} \times e = \frac{3044 \times 10^3}{5127 \times 10^2} + \frac{3044 \times 10^3 \times 472 - 430 \times 10^6}{6063673 \times 10^4} \times 472 = 13.774 \text{ N/mm}^2$$

– Tensione nel cavo

$$\sigma_{sp}^{\circ} = \frac{N_i}{A_{sp}} - n \sigma_{cc}^{\circ} = \frac{3044 \times 10^3}{21142 \times 10^2} - 6 \times 13.774 = 1440 - 83 = 1357 \text{ N/mm}^2$$

2) Verifiche in esercizio

Si ipotizza che il tiro sia avvenuto dopo 14 giorni dal getto:

– Deformazione per ritiro

$$\varepsilon_r = 0.00025$$

– Deformazione per viscosità

$$\varphi = 2$$

$$E_c = 5700 \sqrt{R_{ck}} = 5700 \sqrt{\frac{f_{ck}}{0.83}} = 5700 \sqrt{\frac{29.05}{0.83}} = 33722 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_v = \varphi \frac{\sigma_{cc}^{\circ}}{E_c} = 2 * \frac{13.774}{33722} = 8.169 * 10^{-4}$$

– $\Delta \sigma_{sp}$ dovuto a ritiro e viscosità

$$\Delta \sigma_{sp}^{r+v} = E_c (\varepsilon_r + \varepsilon_v) = 206000 (0.00025 + 0.0008169) = 220 \text{ N/mm}^2$$

– Cadute di tensione

$$\Delta N = \Delta \sigma_{sp}^{r+v} \times A_{sp} = 220 \times 21.142 \times 10^2 = 465124 \text{ N} = 465.1 \text{ kN}$$

$$N_e = N_i - \Delta N = 3044 - 465.1 = 2578.9 \text{ kN}$$

– Tensione nel cls al lembo superiore

$$\begin{aligned} \sigma'_{cs} &= \frac{N_e}{A^*} - \frac{N_e \times e - (M_g + M_p + M_q)}{W_s^*} = \frac{2578.9 \times 10^3}{5127 \times 10^2} - \frac{2578.9 \times 10^3 \times 472 - 1803 \times 10^6}{141675 \times 10^3} = \\ &= 9.150 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma'_{cs} < 0.60 f_{ck} = 0.60 \times 29.05 = 17.43 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \text{Verificato}$$

– Tensione nel cls al lembo inferiore

$$\begin{aligned} \sigma'_{ci} &= \frac{N_e}{A^*} + \frac{N_e \times e - (M_g + M_p + M_q)}{W_i^*} = \frac{2578.9 \times 10^3}{5127 \times 10^2} + \frac{2578.9 \times 10^3 \times 472 - 1803 \times 10^6}{106008 \times 10^3} = \\ &= -0.496 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma'_{ci} > -0.07 f_{ck} = -0.07 \times 29.05 = -2.034 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \text{Verificato}$$