PROVA INTERCORSO N°1 del 24.04.2001: ESERCIZIO C

Traccia

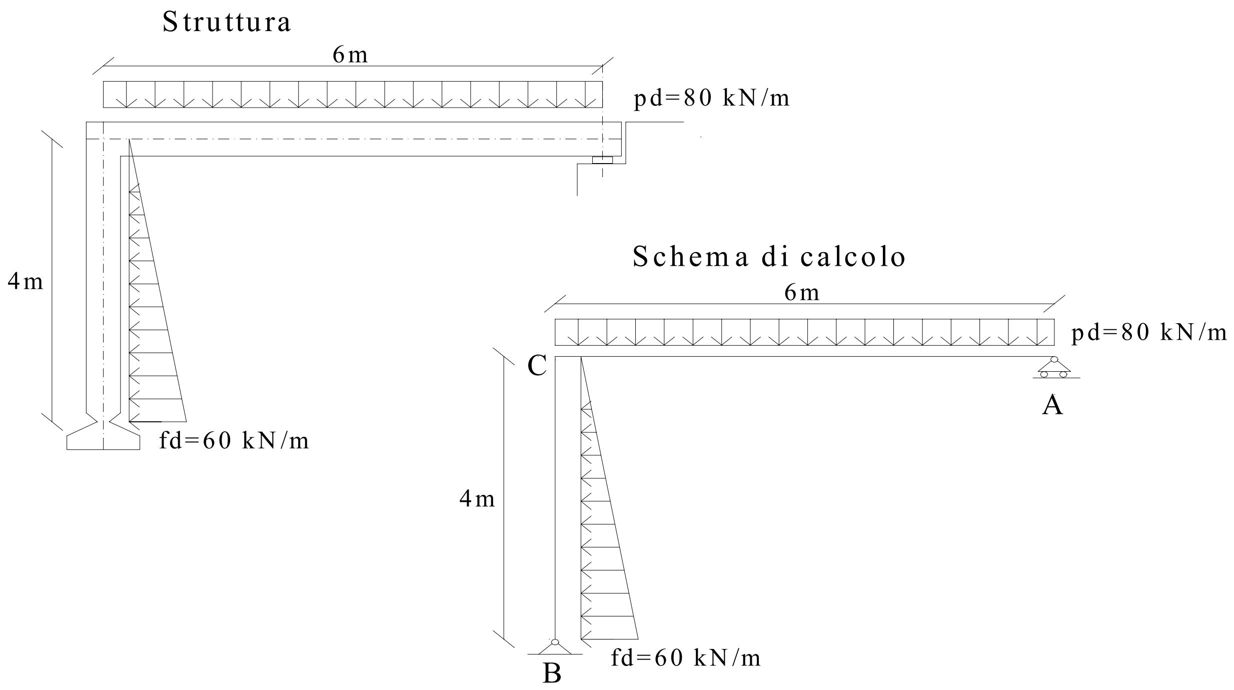
Con riferimento alla struttura in c.a. rappresentata in figura, sollecitata da un carico uniformemente ripartito il cui valore di calcolo (incluso il peso proprio della trave) è pari a p_d = 80 kN/m e dalla spinta del terreno, distribuita linearmente come indicato in figura, con valore di calcolo massimo pari a f_d = 60 kN/m:

1) determinare le reazioni vincolari e disegnare i diagrammi di sollecitazione (N, T, M);
2) progettare (a semplice armatura) le armature longitudinali a flessione della trave per le sezioni più sollecitate, considerando una sezione di:
   larghezza b = 30 cm *altezza* h = 60 cm *copriferro di calcolo* d'= 3 cm
3) Verificare, a doppia armatura, la sezione della trave in corrispondenza del nodo trave-pilastro, considerando un'armatura al lembo inferiore compresso in grado di assorbire uno sforzo di trazione pari al taglio;

4a) **[solo laboratorio A e C]** progettare le armature a taglio della trave, adottando staffe verticali;
4b) **[solo laboratorio B]** verificare a pressoflessione la sezione più sollecitata del pilastro considerando una sezione di:
larghezza b = 30 cm *altezza* h = 50 cm *copriferro di calcolo* d'= 3 cm *armature* As = As' = 3 ϕ 20

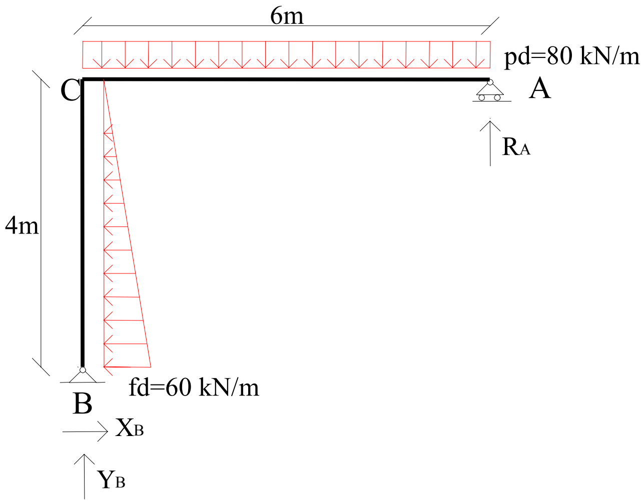
5) **[opzionale]** Disegnare il tracciato delle armature della trave **[solo a flessione per il lab. B, a flessione e taglio per il lab. A e C]** ed il relativo momento resistente.

Si assumano le seguenti caratteristiche dei materiali:
acciaio: FeB 44 k
calcestruzzo RcK 30 Mpa



Soluzione

1) Reazioni vincolari e diagrammi di sollecitazione:



Acciaio: FeB 44K
Cls: RcK 30Mpa

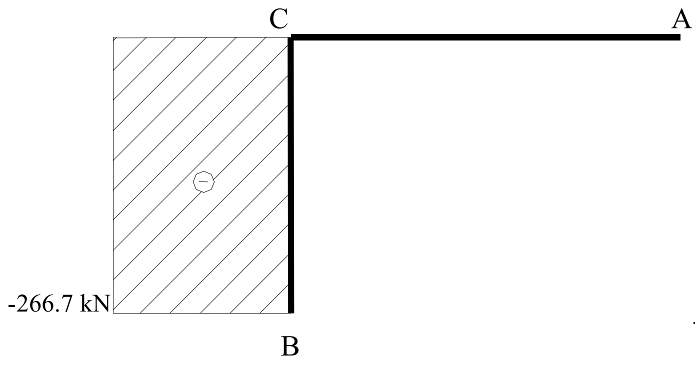
$$X_B = \frac{60 \times 4}{2} = 120\text{KN}$$

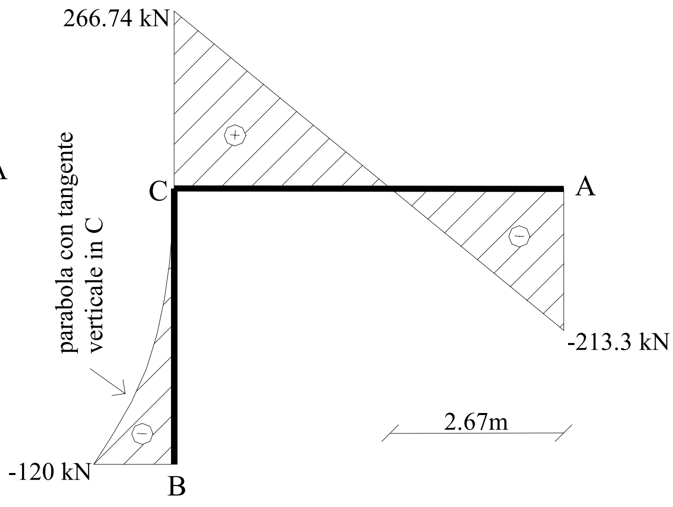
Equilibrio intorno a B:

$$f_d \times \frac{4}{2} \times \frac{4}{3} - p_d \times \frac{6^2}{2} + R_A \times 6 = 0$$

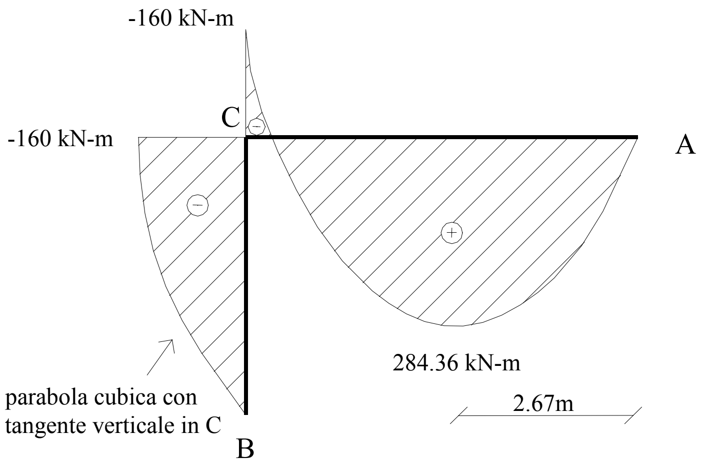
$$R_A = \frac{-60 \times \frac{8}{3} + 80 \times \frac{36}{2}}{6} = 213.3\text{KN}$$

$$Y_B = p_d \times 6 - R_A = 80 \times 6 - 213.3 = 266.7\text{KN}$$





$$X_0 = \frac{R_A}{p_d} = \frac{213.3}{80} = 2.67\text{m}$$



$$M_c = -X_B \times 4 + f_d \times \frac{4}{2} \times \frac{2}{3} \times 4 = -120 \times 4 + 60 \times \frac{16}{3} = -160KN - m$$

Momento massimo in campata:

$$M(x_0) = R_A \times x_0 - p_d \frac{x_0^2}{2} = 213.3 \times 2.67 - 80 \times \frac{(2.67)^2}{2} = 284.36KN - m$$

2) Progetto delle armature longitudinali per le sezioni più sollecitate:

Tensioni di calcolo dei materiali:

$$FeB44K \rightarrow f_{yk} = 430\,N/mm^2 \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 374\,N/mm^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{374}{206000} = 1.816\,‰$$

$$R_{ck} = 30MP_a \rightarrow \quad f_{cd} = \frac{0.83R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 15.56\ N/mm^2$$

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 13.23\ N/mm^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{30^2}}{1.6} = 1.14\ N/mm^2$$

Progetto armatura a flessione (d = h-d′ =57cm)

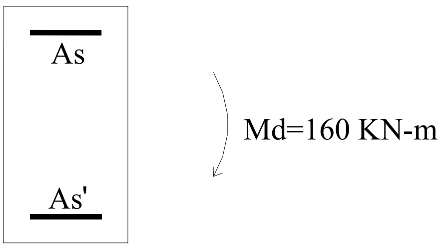
nodo C:

$$A_s^{str.nec} = \frac{M_c}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{160 \times 10^6}{0.9 \times 570 \times 374} = 834\ mm^2 = 8.34\ cm^2 \rightarrow \text{ad es.}3\phi 20 = 9.42cm^2$$

sezione M^{max} in campata:

$$A_s^{str.nec} = \frac{M(x_0)}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{284.36 \times 10^6}{0.9 \times 570 \times 374} = 1482\ mm^2 = 14.82\ cm^2 \rightarrow \text{ad es. } 5\phi 20 = 15.70 cm^2$$

3) Verifica a flessione (doppia armatura)



$$A_s = 3\phi 20 = 9.42 cm^2$$

$$A'_s = \frac{T_c}{f_{yd}} = \frac{266.7 \times 10^3}{374} = 713 mm^2 = 7.13 cm^2 \rightarrow 3\phi 18 = 7.62 cm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{942 \times 374}{300 \times 570 \times 13.23} = 0.156 \triangleleft \mu_s^{(2)} = 0.21 + \mu'_s \frac{\sigma_s(\varepsilon'_s)}{f_{yd}}$$

$$\mu'_s = \frac{A'_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{762 \times 374}{300 \times 570 \times 13.23} = 0.126$$

<u>rottura in regione 3</u>

Ipotizzando che l'armatura compressa sia snervata, si ha :

$$K = 1.235 \times (\mu_s - \mu'_s) = 1.235 \times (0.156 - 0.126) = 0.037$$

Verifica che l'ipotesi assunta sia corretta :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_s \times \frac{K - \delta}{1 - K} = 10‰ \times \frac{0.037 - \frac{3}{57}}{1 - 0.037} = -0.020‰ < 0 \quad \text{acciaio } A'_s \text{ in fase elastica teso}$$

L'ipotesi non e' verificata quindi ricalcolo K tenendo conto che l'armatura compressa e' ancora in fase elastica :

$$0.80Kdb\overline{f_{cd}} + A'_s E_s \times \varepsilon_{su} \times \frac{K - \delta}{1 - K} = A_s \times f_{yd}$$

$$0.80K + \mu'_s \times \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}} \times \frac{K - \delta}{1 - K} = \mu_s$$

$$0.80K^2 - \left(0.80 + \mu_s + \mu'_s \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\right)K + \mu_s + \mu'_s \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\delta = 0$$

$$K = \frac{\left(0.80 + \mu_s + \mu'_s \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\right) \pm \sqrt{\left(0.80 + \mu_s + \mu'_s \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\right)^2 + 4 \times 0.80 \times \left(\mu_s + \mu'_s \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\delta\right)}}{2 \times 0.80} =$$

$$K = \frac{\left(0.80 + 0.156 + 0.126 \times \frac{10}{1.816}\right) \pm \sqrt{\left(.80 + 0.156 + 0.126 \times \frac{10}{1.816}\right)^2 + 3.2 \times \left(0.156 + 0.126 \times \frac{10}{1.816} \times \frac{3}{57}\right)}}{1.60} =$$

$$K = \begin{cases} 1.938 \\ 0.124 \end{cases}$$

Dato che K deve essere compreso tra 0 e 1 la soluzione esatta e' $K = 0.124$

Calcolo la posizione dell'asse neutro rispetto al lembo superiore della sezione :

$$y_c = K \times d = 8.319 \text{ cm}$$

Il valore del momento ultimo e':

$$Mu = A_s \times f_{yd} \times (d - d') - 0.8 y_c b \overline{f_{cd}} \times (0.4 y_c - d') =$$
$$= 942 \times 374 \times (570 - 30) - 0.8 \times 70.7 \times 300 \times 13.23 \times (0.4 \times 70.7 - 30) =$$
$$= 189.9 \times 10^6 \text{ N\_m} = 189.9 \text{KN - m}$$

$189.9\text{KN\_m} > 160\text{KN\_m} \rightarrow$ SEZIONE VERIFICATA

4) Progetto armatura a taglio:

Il taglio massimo si ha in corrispondenza del nodo C → Vd=266.7KN

Verifica biella cls. compressa:

$V_u = 0.3 f_{cd} \times b_w \times d = 0.3 \times 15.56 \times 300 \times 570 = 798000N = 798KN > 266.7KN$ VERIFICATO

Taglio assorbito dal solo cls.:

$V_{cu} = 0.60 f_{ctd} \times b_w \times d = 0.60 \times 1.14 \times 300 \times 570 = 117000N = 117KN$

$$\text{armatura minima}: \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} = 0.10\left(1 + 0.15\frac{d}{b}\right) \times b = 0.10\left(1 + 0.15 \times \frac{57}{30}\right) \times 30 = 3.885\, cm^2/m$$

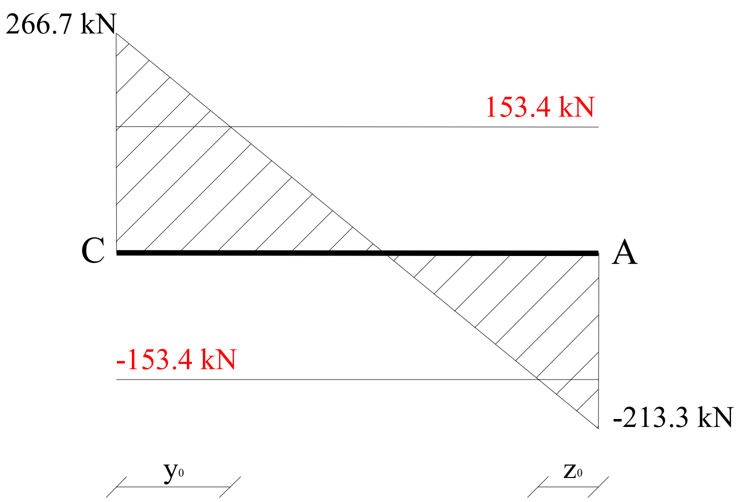
$$\text{si adotta}: \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} = 1 \text{staffa } \phi 8 \text{ a 2 bracci}/25cm = 4\, cm^2/m$$

Taglio assorbito dall'armatura minima:

$$V_{su} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} \times f_{yd} \times 0.9 \times d = \frac{400mm^2}{1000mm} \times 374 \times 0.9 \times 570 = 76700N = 76.7KN$$

Taglio ultimo corrispondente all'armatura minima:

$$V_u^{min} = \min(V_{cu} + V_{su}, 2V_{su}) = \min(117 + 76.7, 2 \times 76.7) = 153.4KN$$



$$Y_0 = \frac{266.7 - 153.4}{80} = 1.416m \qquad Z_0 = 213.3\frac{266.7 - 153.4}{80} = 0.749m$$

Dal grafico di confronto risulta che e' necessario infittire le staffe a destra del nodo C e a sinistra del nodo A:

A destra del nodo C:

$$V_d = 266.7KN \rightarrow V_{su} = \max\left(V_d - V_{cu}, \frac{V_d}{2}\right) = \max\left(266.7 - 117, \frac{266.7}{2}\right) = 149.7KN$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0.9 \times f_{yd} \times d} = \frac{149700}{0.9 \times 570 \times 374} = 0.780\,mm^2/mm = 7.8\,cm^2/m$$

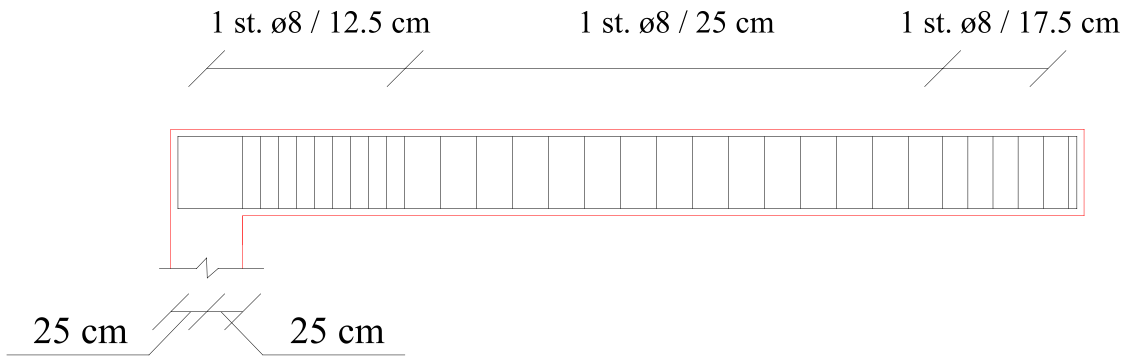
si adotta 1 staffa $\phi 8$ a 2 bracci/12.5cm $= 8\,cm^2/m$

In prossimità dell'appoggio A:

$$V_d = 213.3KN \rightarrow V_{su} = \max\left(V_d - V_{cu}, \frac{V_d}{2}\right) = \max\left(213.3 - 117, \frac{213.3}{2}\right) = 106.65KN$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0.9 \times f_{yd} \times d} = \frac{106650}{0.9 \times 570 \times 374} = 0.556\,mm^2/mm = 5.56\,cm^2/m$$

si adotta 1 staffa $\phi 8$ a 2 bracci/17.5cm $= 5.714\,cm^2/m$



4b) Verifica a pressoflessione del pilastro

Calcolo delle armature e delle relative percentuali meccaniche:

$A_s = 3 \cdot 3.14 = 9.42$

$$\mu = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot \overline{f_{cd}}} = \frac{942 \cdot 374}{300 \cdot 470 \cdot 13.23} = 0.189$$

$\mu' = \mu = 0.189$

Riconoscimento della regione di appartenenza della sezione attraverso il valore adimensionale della forza normale:

$$n = \frac{N_d}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{266.7 \times 10^3}{300 \times 470 \times 13.23} = 0.143$$

Determinazione del valore adimensionale n in corrispondenza della retta di confine tra le regioni di rottura 2 e 3

$$n^{2-3} = 0.81K + \mu'_s \cdot \frac{\sigma'_{(\varepsilon_s')}}{f_{yd}} - \mu_s \qquad \text{con} \qquad K = \frac{3.5‰}{3.5‰ + 10‰} = 0.259$$

controllo il valore della deformazione dell'acciaio compresso

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{K - \delta}{K} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.259 - 0.064}{0.259} = 2.6‰ > 1.816‰ \quad \text{con} \qquad \delta = \frac{d'}{d} = 0.064$$

l'acciaio è snervato quindi $\sigma'_s = f_{yd}$:

$n^{2-3} = 0.81 \cdot 0.259 = 0.209$

$n < n^{2-3} \qquad \Rightarrow \qquad$ Rottura in Regione 3

Equilibrio alla traslazione ipotizzando che l'acciaio compresso sia snervato

$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$

$0.8 \times y_c \times b \times \overline{f_{cd}} + A'_s \times f_{yd} - A_s \times f_{yd} = N_d$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione:

$$y_c = \frac{N_d}{0.8 \times b \times \overline{f_{cd}}} = \frac{266.7 \times 10^3}{0.8 \times 300 \times 13.23} = 83.99 \text{ mm} = 8.399 \text{ cm}$$

Verifica della deformazione dell'acciaio compresso, che si ottiene dalla proporzione:

$\varepsilon'_s : (y_c - d') = \varepsilon_{sl} : (d - y_c)$

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{sl}}{(d - y_c)} = \frac{(8.399 - 3) \times 10°/_{oo}}{(47 - 8.399)} = 1.39°/_{oo} < \varepsilon_{yd} = 1.816°/_{oo} \Rightarrow \text{Non verificato}$$

E' necessario correggere l'equazione di equilibrio alla traslazione considerando

$\sigma'(\varepsilon'_s) = E_s \times \varepsilon'_s$

$$\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 y_c - A_s \times f_{yd} + A'_s \times E_s \times \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{sl}}{d - y_c} = N_d$$

$$\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 y_c \times (d - y_c) - A_s \times f_{yd} \times (d - y_c) + A'_s \times E_s \times \varepsilon_{sl} \times (y_c - d') = N_d \times (d - y_c)$$

$$-\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 \times y_c^2 + (\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 d + A_s \times f_{yd} + A'_s \times E_s \times \varepsilon_{sl} + N_d) y_c - A_s \times f_{yd} \times d - A'_s \times E_s \times d' \times \varepsilon_{sl} - N_d \times d = 0$$

$$-3175.2 y_c^2 + 4051872 y_c - 349149360 = 0 \quad \Rightarrow y_{c1} = 92.9 \text{ mm}$$

$$y_{c2} = 1183.16 \text{mm}$$

Poiché si deve avere $0 \leq y_c \leq 500$, la soluzione $y_{c2}=1183.16$ non è accettabile e pertanto $y_c=y_{c1}=92.9$ mm

La deformazione dell'acciaio compresso è pari a :

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{sl}}{(d - y_c)} = \frac{(9.29 - 3) \times 10°/_{oo}}{(47 - 9.29)} = 1.668°/_{o}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione:

$$M_u = A'_s \times \left(\frac{h}{2} - d'\right) \times E_s \times \varepsilon'_s + 0.8 y_c \times b \times \overline{f_{cd}} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4 y_c\right) + A_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) \times f_{yd} =$$

$$= 942 \times (250 - 30) \times 206 \times 10^3 \times 1.668 \times 10^{-3} + 0.8 \times 92.9 \times 300 \times 13.23 \times (250 - 0.4 \times 92.9) +$$

$$+ 942 \times 374 \times (470 - 250) = 211.5 \times 10^6 \text{ N - mm} = 211.5 \text{ kN - m}$$

$$M_u > M_d = 160 \text{ kN - m} \quad \Rightarrow \quad \text{Verificato}$$