PROVA INTERCORSO N°1 del 24.04.2001: ESERCIZIO B

Traccia

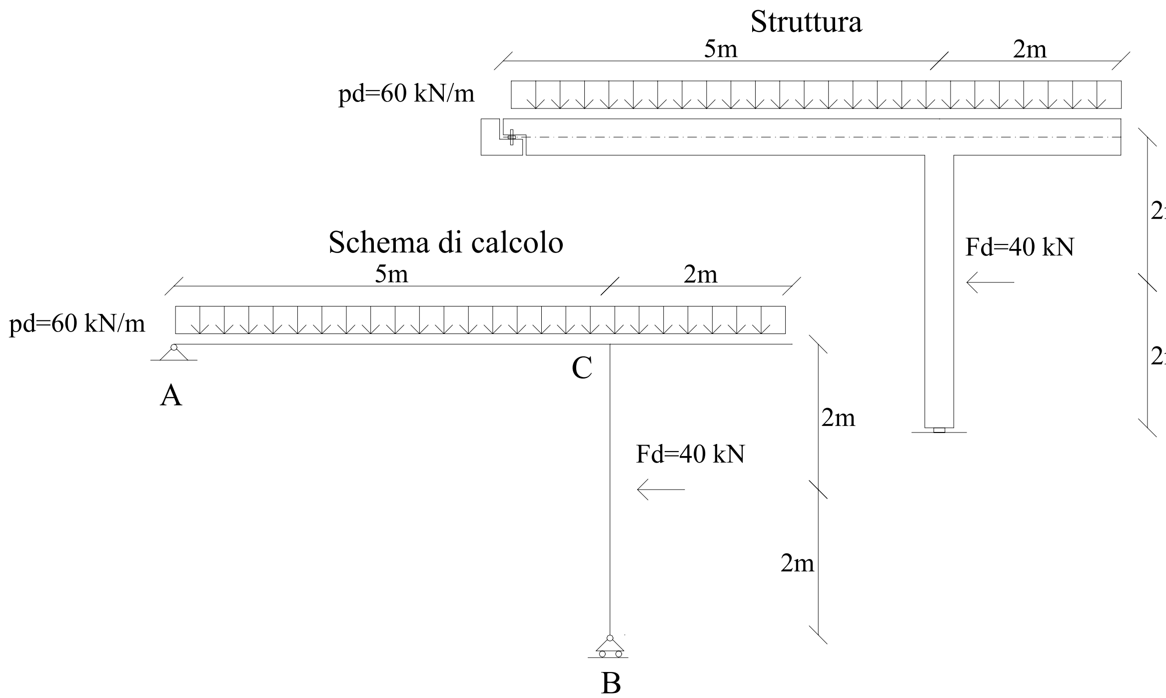
Con riferimento alla struttura in c.a. rappresentata in figura, sollecitata da un carico uniformemente ripartito il cui valore di calcolo (incluso il peso proprio della trave) è pari a $p_d = 60$ kN/m e da una forza concentrata a metà altezza del pilastro pari a $F_d = 40$ kN:

1) determinare le reazioni vincolari e disegnare i diagrammi di sollecitazione (N, T, M);
2) progettare (a semplice armatura) le armature longitudinali a flessione della trave per le sezioni più sollecitate, trascurando lo sforzo normale e considerando una sezione di:
   larghezza b = 30 cm   *altezza* h = 60 cm   *copriferro di calcolo* d'= 3 cm
3) Verificare, a doppia armatura, la sezione della trave immediatamente a sinistra del nodo trave-pilastro, considerando un'armatura al lembo inferiore compresso in grado di assorbire uno sforzo di trazione pari al taglio e trascurando sempre lo sforzo normale;

4a) **[solo laboratorio A e C]** progettare le armature a taglio della trave, adottando staffe verticali;
4b) **[solo laboratorio B]** verificare a pressoflessione la sezione più sollecitata del pilastro considerando una sezione di:
   larghezza b = 30 cm   *altezza* h = 30 cm   *copriferro di calcolo* d'= 3 cm   *armature* As = As' = 3 ϕ 20

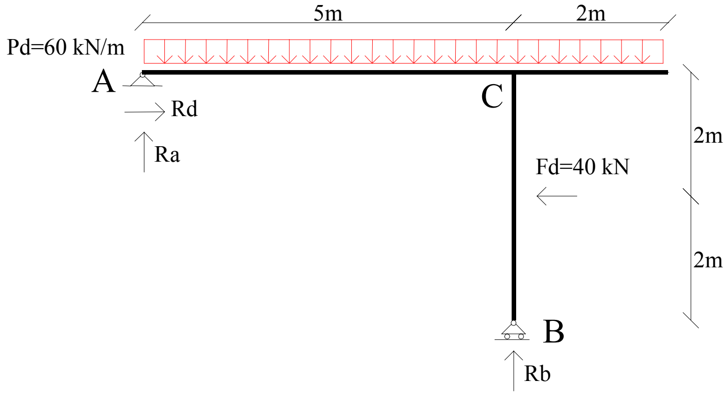
5) **[opzionale]** Disegnare il tracciato delle armature della trave **[solo a flessione per il lab. B, a flessione e taglio per il lab. A e C]** ed il relativo momento resistente.

Si assumano le seguenti caratteristiche dei materiali:
acciaio: FeB 38 k
calcestruzzo RcK 30 Mpa



Soluzione

1) Reazioni vincolari e diagrammi di sollecitazione



Acciaio: FeB 38K
Cls: RcK 30Mpa

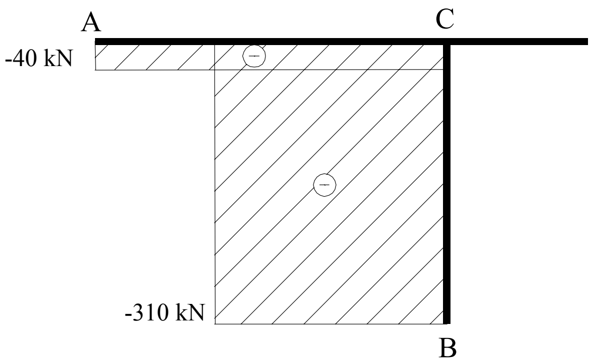
Equilibrio intorno ad A:

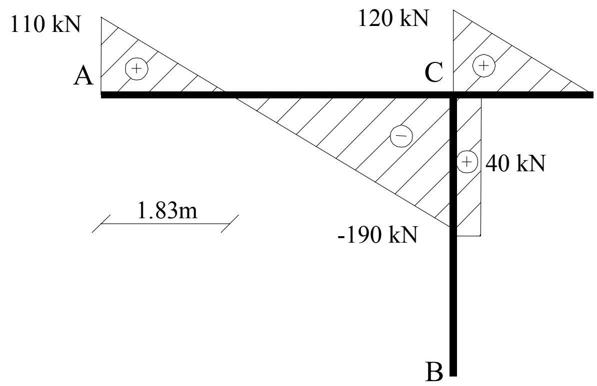
$$R_b \times 5 - P_d \times \frac{7^2}{2} - F_d \times 2 = 0$$

$$R_b = \frac{P_d \times \frac{7^2}{2} + F_d \times 2}{5} = \frac{60 \times \frac{7^2}{2} + 40 \times 2}{5} = 310KN$$

$$R_a = P_d \times 7 - R_b = 60 \times 7 - 310 = 110KN$$

$$R_d = 40KN$$



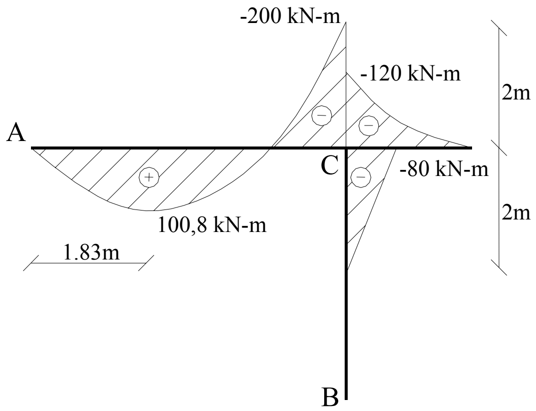


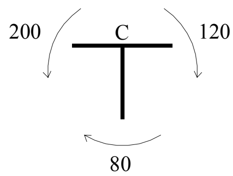
$$T(x_0) = R_a - P_d \times x_0 = 0$$

$$x_0 = \frac{R_a}{P_d} = \frac{110}{60} = 1{,}83m$$

$$T_c^{sin} = R_a - P_d \times 5 = 110 - 60 \times 5 = -190KN$$

$$T_c^{dex} = P_d \times 2 = 120KN$$





$$M_c^{dex} = -P_d\frac{2^2}{2} = -60\times\frac{2^2}{2} = -120KN-m$$

$$M_c^{inf} = -F_d\times 2 = -40\times 2 = -80KN-m$$

$$\rightarrow M_c^{sin} = M_c^{dex} + M_c^{int} = -200KN-m$$

Momento massimo in campata:

$$M(x_0) = R_A\times x_0 - P_d\frac{x_0^2}{2} = 110\times 1.83 - 60\times\frac{1.83^2}{2} = 100.8KN-m$$

2) Progetto delle armature longitudinali per le sezioni più sollecitate:

Tensioni di calcolo dei materiali:

$$FeB38K \rightarrow f_{yk} = 375\,N/mm^2 \rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{375}{1.15} = 326\,N/mm^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{326}{206000} = 1.583\,‰$$

$$R_{ck} = 30MP_a \rightarrow \quad f_{cd} = \frac{0.83R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83\times 30}{1.6} = 15.56\ N/mm^2$$

$$\overline{f_{cd}} = 0.85\times\frac{0.83R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85\times\frac{0.83\times 30}{1.6} = 13.23\ N/mm^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0.7\times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0.7\times 0.27\times\sqrt[3]{R_{ck}{}^2}}{\gamma_c} = \frac{0.7\times 0.27\times\sqrt[3]{30^2}}{1.6} = 1.14\ N/mm^2$$

Progetto armatura a flessione (d=h-d'=57cm)

sezione C a sinistra:

$$A_s^{str.nec} = \frac{M_c^{sin}}{0.9\times d\times f_{yd}} = \frac{200\times 10^6}{0.9\times 570\times 326} = 1196\,mm^2 = 11.96\,cm^2 \rightarrow ad\ es.4\phi 20 = 12.56cm^2$$

sezione C a destra:

$$A_s^{str.nec} = \frac{M_c^{dex}}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{120 \times 10^6}{0.9 \times 570 \times 326} = 718\,mm^2 = 7.18\,cm^2 \rightarrow \text{ad es.} 5\phi 14 = 7.70 cm^2$$

sezione M^{max} in campata :

$$A_s^{str.nec} = \frac{M(x_0)}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{100.8 \times 10^6}{0.9 \times 570 \times 326} = 603\,mm^2 = 6.03\,cm^2 \rightarrow \text{ad es.}\, 2\phi 20 = 6.28 cm^2$$

3) verifica a flessione (doppia armatura)

$$A_s = 4\phi 20 = 12.56 cm^2$$

$$A'_s = \frac{T_c^{sin}}{f_{yd}} = \frac{190 \times 10^3}{326} = 583 mm^2 = 5.83 cm^2 \rightarrow 2\phi 20 = 6.28 cm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{\overline{f}}_{cd}} = \frac{1256 \times 326}{300 \times 570 \times 13.23} = 0.181 \lhd \mu_s^{(2)} = 0.21 + \mu'_s \frac{\sigma_s(\varepsilon'_s)}{f_{yd}}$$

$$\mu'_s = \frac{A'_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{\overline{f}}_{cd}} = \frac{628 \times 326}{300 \times 570 \times 13.23} = 0.090$$

<u>rottura in regione 3</u>

Ipotizzando che l'armatura compressa sia snervata, si ha :

$$K = \frac{0.181 - 0.090}{0.81} = 0.112$$

Verifica che l'ipotesi assunta sia corretta :

$$\varepsilon_s^{'} = 10 \times 10^{-3} \times \frac{K - \delta}{1 - K} = 10 \times 10^{-3} \times \frac{0.112 - 0.05}{1 - 0.112} = 0.01 \times \frac{0.062}{0.888} = 0.0007 \rightarrow 0.7\text{‰} < \varepsilon_{yd} = 1.58\text{‰}$$

$$\delta = \frac{3}{57} = 0.05$$

L'ipotesi non e' verificata quindi ricalcolo K tenendo conto che l'armatura compressa e' ancora in fase elastica :

$$0.81K^2 - \left(0.81 + \mu_s + \mu_s^{'}\alpha_1\right)K + \left(\mu_s + \delta\mu_s^{'}\alpha_1\right) = 0$$

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon_{sl}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{10 \times 10^{-3}}{1.58 \times 10^{-3}} = 6.33$$

$$0.81K^2 - \left(0.81 + 0.181 + 0.5697\right)K + \left(0.181 + 0.028485\right) = 0$$

$$0.81K^2 - 1.5607K + 0.2095 = 0$$

$$K = \frac{+1.5607 \pm \sqrt{2.4358 - 0.67878}}{1.62} = \frac{1.5607 \pm 1.3255}{1.62} = \begin{cases} 2.8862 \\ 0.145 \end{cases}$$

Dato che K deve essere compreso tra 0 e 1 la soluzione esatta e' $K = 0.145$

Calcolo il valore effettivo della deformazione dell'armatura compressa ε'_s

$$\varepsilon'_s = 10 \times 10^{-3} \times \frac{0.145 - 0.05}{1 - 0.145} = \frac{0.095}{0.855} \times 10 \times 10^{-3} = 0.0011 \rightarrow 1.1\text{‰}$$

Calcolo il valore della tensione nell'acciaio compresso e la posizione dell'asse neutro rispetto al lembo superiore della sezione :

$$\sigma_s^{'} = \varepsilon_s^{'} \times E = 0.0011 \times 2.05 \times 10^5 = 227\text{Mpa}$$

$$y_c = K \times d = 8.265\ \text{cm}$$

Il valore del momento ultimo e':

$$\begin{aligned} Mu &= A_s \times f_{yd} \times \left(d - 0.416y_c\right) + A_s^{'} \times \sigma_s^{'} \times \left(0.416y_c - d'\right) = \\ &= 1256 \times 326 \times \left(570 - 0.416 \times 82.65\right) + 628 \times 227\left(0.416 \times 82.65 - 30\right) \\ &= 409456 \times \left(570 - 34.3824\right) + 142.556 \times \left(4.3824\right) \\ &= 219311840 + 624737 \\ &= 219936577\text{N\_m} \\ &= 219.9\text{KN\_m} \end{aligned}$$

$219.9\text{KN\_m} > 200\text{KN\_m} \rightarrow$ SEZIONE VERIFICATA

4) Progetto armatura a taglio:

Il taglio massimo si ha in corrispondenza del nodo C → Vd=190KN

Verifica biella cls. Compressa:

$V_u = 0.3 f_{cd} \times b_w \times d = 0.3 \times 15.56 \times 300 \times 570 = 798000N = 798KN > 190KN$ VERIFICATO

Taglio assorbito dal solo cls.:

$V_{cu} = 0.60 f_{ctd} \times b_w \times d = 0.60 \times 1.14 \times 300 \times 570 = 117000N = 117KN$

$$\text{armatura minima}: \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} = 0.10\left(1+0.15\frac{d}{b}\right)\times b = 0.10\left(1+0.15\times\frac{57}{30}\right)\times 30 = 3.855\,cm^2/m$$

$$\text{si adotta}: \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} = 1\text{staffa } \phi 8 \text{ a 2 bracci}/20cm = 5\,cm^2/m$$

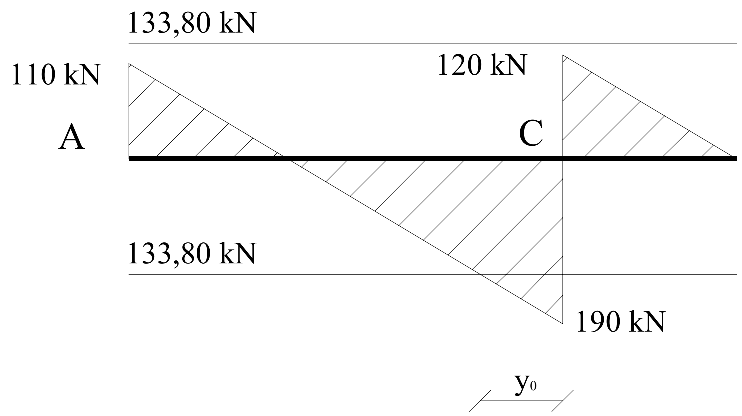
Taglio assorbito dall'armatura minima:

$$V_{su} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{min} \times f_{yd} \times 0.9 \times d = \frac{400mm^2}{1000mm} \times 326 \times 0.9 \times 570 = 66900N = 66.9KN$$

Taglio ultimo corrispondente all'armatura minima:

$$V_u^{min} = \min(V_{cu} + V_{su},\ 2V_{su}) = \min(117 + 66.9,\ 2 \times 66.9) = 133.80KN$$

:



$$Y_0 = \frac{190 - 133.80}{60} = 0.937m$$

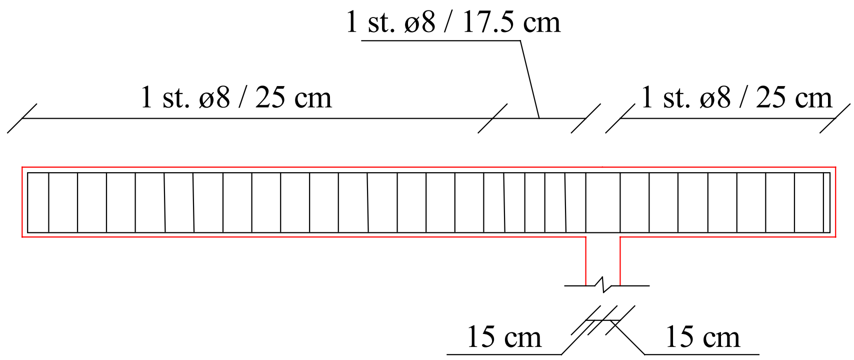
Dal grafico di confronto risulta che e' necessario infittire le staffe a sinistra del nodo C:

A sinistra del nodo C:

$$V_d = 190KN \rightarrow V_{su} = \max\left(V_d - V_{cu}, \frac{V_d}{2} \right) = \max\left(190 - 117, \frac{190}{2} \right) = 95KN$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0.9 \times f_{yd} \times d} = \frac{95000}{0.9 \times 570 \times 326} = 0.568\,mm^2/mm = 5.68\,cm^2/m$$

si adotta 1 staffa $\phi 8$ a 2 bracci/17.5cm $= 5.71\,cm^2/m$



Ipotizzando di adottare $\phi 20$ per l'armatura longitudinale, in prossimita' degli appoggi:

$$S^{min} = 12\phi_l^{min} = 12 \times 2 = 24cm$$

4b) Verifica a pressoflessione del pilastro

Calcolo delle armature e delle relative percentuali meccaniche:

$$A_s = 3 \cdot 3.14 = 9.42$$

$$\mu = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot \overline{f_{cd}}} = \frac{942 \cdot 326}{300 \cdot 270 \cdot 13.23} = 0.286$$

$$\mu' = \mu = 0.286$$

Riconoscimento della regione di appartenenza della sezione attraverso il valore adimensionale della forza normale:

$$n = \frac{N_d}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{310 \times 10^3}{300 \times 270 \times 13.23} = 0.289$$

Determinazione dei valori adimensionali n in corrispondenza delli retti di confine tra le regioni di rottura 1-2 e 2-3

Regione 1-2

$$n^{1-2} = 0.81K + \mu'_s \cdot \frac{\sigma'_{(\varepsilon_s')}}{f_{yd}} - \mu_s \qquad \text{con} \qquad K = \frac{3.5‰}{3.5‰ + 1.583‰} = 0.688$$

controllo il valore della deformazione dellacciaio compresso

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{K - \delta}{K} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.688 - 0.11}{0.688} = 2.94‰ > 1.82‰ \qquad \text{con} \qquad \delta = \frac{d'}{d} = 0.11$$

l'acciaio è snervato quindi $\sigma'_s = f_{yd}$:

$$n^{1-2} = 0.81 \cdot 0.688 = 0.557$$

Regione 2-3

$$n^{2-3} = 0.81K + \mu'_s \cdot \frac{\sigma_{(\varepsilon_s)}}{f_{yd}} - \mu_s \qquad \text{con} \qquad K = \frac{3.5‰}{3.5‰ + 10‰} = 0.259$$

controllo il valore della deformazione dell'acciaio compresso

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{K - \delta}{K} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.259 - 0.11}{0.259} = 2.01‰ > 1.816‰ \qquad \text{con} \qquad \delta = \frac{d'}{d} = 0.11$$

l'acciaio è snervato quindi $\sigma'_s = f_{yd}$:

$$n^{2-3} = 0.81 \cdot 0.259 = 0.209$$

$$n^{2-3} < n < n^{1-2} \qquad \Rightarrow \qquad \text{Rottura in Regione 2}$$

Equilibrio alla traslazione ipotizzando che l'acciaio compresso sia snervato

$$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$$

$$0.8 \times y_c \times b \times \overline{f_{cd}} + A'_s \times f_{yd} - A_s \times f_{yd} = N_d$$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione:

$$y_c = \frac{N_d}{0.8 \times b \times \overline{f_{cd}}} = \frac{310 \times 10^3}{0.8 \times 300 \times 13.23} = 97.63\ \text{mm} = 9.763\ \text{cm}$$

Verifica della deformazione dell'acciaio compresso, che si ottiene dalla proporzione:

$$\varepsilon'_s : (y_c - d') = \varepsilon_{cu} : y_c$$

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{cu}}{y_c} = \frac{(9.763 - 3) \times 3.5°/_{oo}}{9.763} = 2.42°/_{oo} > \varepsilon_{yd} = 1.816°/_{oo} \Rightarrow \text{ Verificato}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione:

$$M_u = A'_s \times \left(\frac{h}{2} - d'\right) \times f_{yd} + 0.8 y_c \times b \times \overline{f_{cd}} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4 y_c\right) + A_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) \times f_{yd} =$$

$$= 942 \times (150 - 30) \times 206 \times 326 + 0.8 \times 97.63 \times 300 \times 13.23 \times (150 - 0.4 \times 97.63) +$$

$$+ 942 \times 326 \times (270 - 150) = 108.1 \times 10^6 \text{ N-mm} = 108.1 \text{ kN-m}$$

$$M_u > M_d = 80 \text{ kN-m} \quad \Rightarrow \quad \text{Verificato}$$