PROVA INTERCORSO N°2 del 15.5.2000: ESERCIZIO N°1

Traccia

Con riferimento alla struttura di c.a. in figura, sollecitata da un carico uniformemente ripartito il cui valore di calcolo (incluso il peso proprio della trave) è pari a $p_d = 100$ kN/m ed una forza concentrata il cui valore di calcolo è pari a $F_d = 24$ kN (si trascuri il peso proprio del pilastro)

a) determinare le reazioni vincolari e costruire i diagrammi di sollecitazione;
b) dimensionare le armature longitudinali della trave considerando una sezione di larghezza b = 30 cm e altezza h = 80 cm;
c) progettare e verificare le armature di taglio della trave, adottando staffe verticali;
d) verificare la sezione sommitale A_A' del pilastro, di dimensioni cm. 30 x 30, armato rispettivamente con due barre Φ16 sul lato esterno e quattro barre Φ16 sul lato interno.

Si assumano le seguenti caratteristiche dei materiali: acciaio: FeB 44 k ; calcestruzzo RcK 30 Mpa .

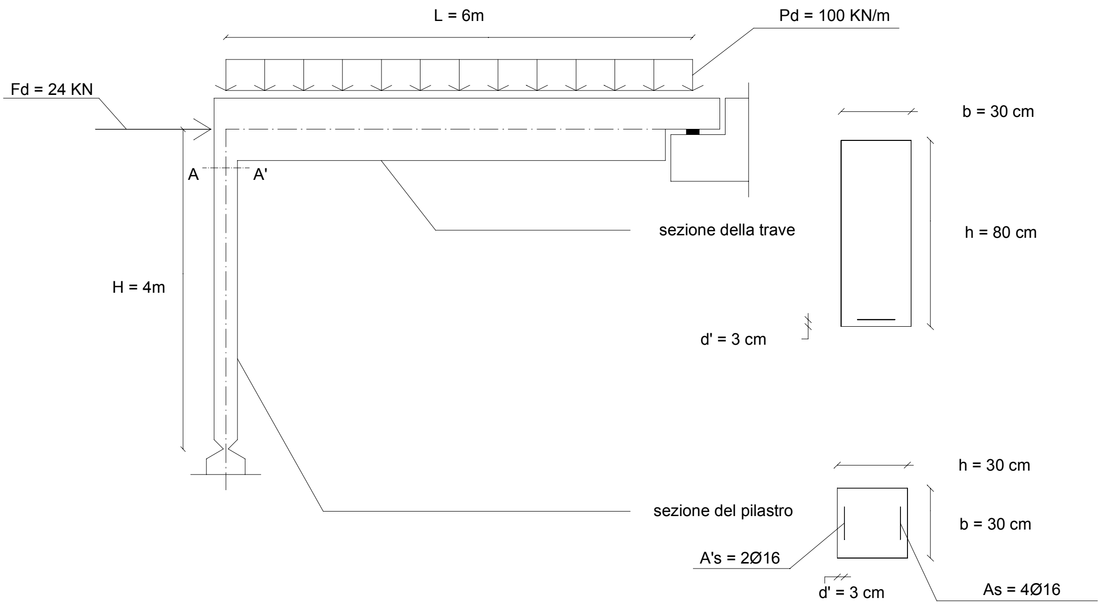


Tabella dei risultati da compilare

Momento Massimo in campata	M_d [kN·m] =

Appoggio sinistro [As= cm^2 ;
Barre:]
Armature longitudinali della trave : Campata [As= cm^2 ;
Barre:]
Appoggio destro [As= cm^2 ;
Barre:]

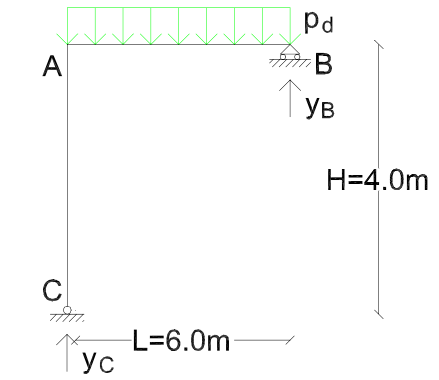
Appoggio sinistro [A_{sw}= cm^2/m ;
Staffe:]
Armature di taglio della trave : Campata [A_{sw}= cm^2/m ;
Staffe:]
Appoggio destro [A_{sw}= cm^2/m ;
Staffe:]

Momento resistente ultimo nella sezione A-A’ M_u [kN m] =

PROVA INTERCORSO N°2 del 15.5.2000: ESERCIZIO N°2

Soluzione

a) Calcolo delle reazioni vincolari



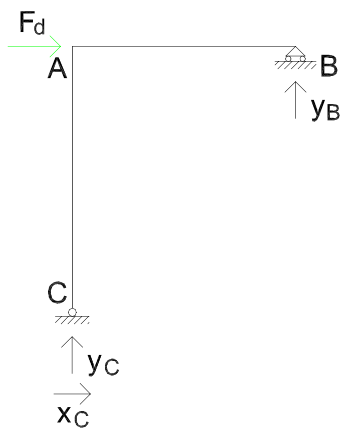
Considerando il solo carico p_d:

$$y_C + y_B - p_d \times L = 0$$

$$y_B \times L - p_d \times \frac{L^2}{2} = 0$$

$$y_B = \frac{p_d \times L^2}{2L} = \frac{100 \times 6}{2} = 300\ \mathrm{kN}$$

$$y_C = p_d \times L - y_B = 100 \times 6 - 300 = 300\ \mathrm{kN}$$



Considerando la sola forza F_d :

$$y_C + y_B = 0$$

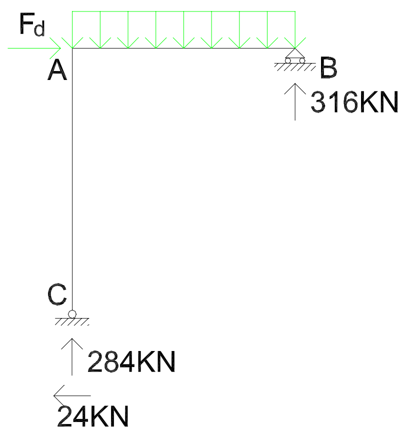
$$F_d + x_C = 0$$

$$x_C = -24\ \mathrm{kN}$$

$$x_C \times H + y_B \times L = 0$$

$$y_B = \frac{-x_C \times H}{L} = \frac{24 \times 4}{6} = 16\ \mathrm{kN}$$

$$y_C = -16\ \mathrm{kN}$$

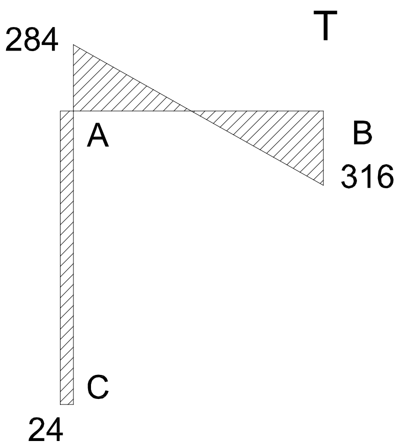


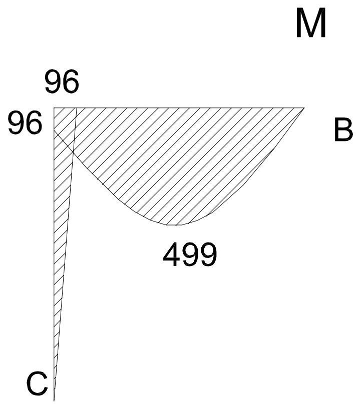
Reazioni totali :

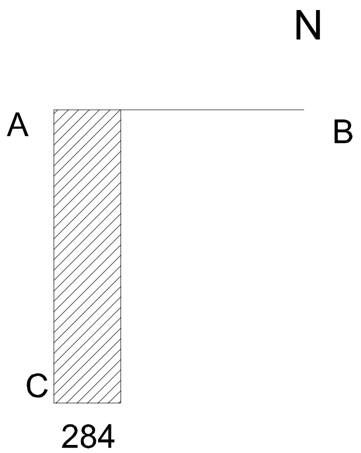
$$y_B = 316\ \mathrm{kN}$$

$$x_C = -24\ \mathrm{kN}$$

$$y_C = 284\ \mathrm{kN}$$







Calcolo delle sollecitazioni

Il taglio in A, uguale alla componente verticale della reazione in C, vale:

$$T_A = 284 \text{ kN}$$

Nel tratto AB il momento flettente vale :

$$M(z) = M_A + T_A \times z - p_d \times \frac{z^2}{2}$$

L'espressione del taglio, come derivata prima del momento rispetto a z, è :

$$T(z) = \frac{dM}{dz} = T_A - p_d \times z$$

L'ascissa $\bar{z}$ in cui il taglio è nullo si ottiene da :

$$T(\bar{z}) = \quad \Rightarrow \quad T_A = p_d \times \bar{z}$$

$$\bar{z} = \frac{T_A}{p_d} = \frac{284}{100} = 2.84 \text{ m}$$

Per $z = \bar{z}$ si ottiene il momento massimo in campata che vale :

$$M_{max} = M(\bar{z}) = 96 + 284 \times 2.84 - 100 \times \frac{2.84^2}{2} =$$

$$= 499.3 \text{ kN - m}$$

All'attacco con il pilastro, considerando uno slittamento del diagramma dei momenti di una quantità $z = 0.9$ d, dovuto alla presenza del taglio, il momento flettente vale :

$$M(0.9d) = M_A + T_A \times 0.9d - p_d \times \frac{(0.9d)^2}{2} =$$

$$= 96 + 284 \times (0.9 \times 0.77) - 100 \times \frac{(0.9 \times 0.77)^2}{2} =$$

$$= 268.8 \text{ kN - m}$$

b) Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali

$$f_{cd} = \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 15.56\ \text{N/mm}^2$$

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 30}{1.6} = 13.23\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 373.9\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{\gamma_c} = \frac{0.7 \times 0.27 \times \sqrt[3]{30^2}}{1.6} = 1.14\ \text{N/mm}^2$$

Valutazione dell'armatura longitudinale della trave

- In mezzeria l'armatura strettamente necessaria risulta :

$$A_s = \frac{M_{max}}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{499.3 \times 10^6}{0.9 \times 770 \times 373.9} = 1927\ \text{mm}^2 = 19.27\ \text{cm}^2$$

$$A_s = 3\phi 24 + 2\phi 20 = 3 \times 4.52 + 2 \times 3.14 = 19.84\ \text{cm}^2$$

– All'attacco con il pilastro l'armatura strettamente necessaria risulta :

$$A_s = \frac{M(0.9d)}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{268.8 \times 10^6}{0.9 \times 770 \times 373.9} = 1037\ \text{mm}^2 = 10.37\ \text{cm}^2$$

$$A_s^{min} = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{284 \times 10^3}{373.9} = 760\ \text{mm}^2 = 7.60\ \text{cm}^2$$

$$A_s = 1\phi 24 + 2\phi 20 = 1 \times 4.52 + 2 \times 3.14 = 10.80\ \text{cm}^2$$

- All'appoggio di destra l'armatura strettamente necessaria risulta :

$$A_s^{min} = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{316 \times 10^3}{373.9} = 845\ \text{mm}^2 = 8.45\ \text{cm}^2$$

$$A_s = 1\phi 24 + 2\phi 20 = 1 \times 4.52 + 2 \times 3.14 = 10.80\ \text{cm}^2$$

c) Progetto dell'armatura a taglio

– In corrispondenza degli appoggi

Il taglio massimo si ha in corrispondenza dell'appoggio B $\Rightarrow V_d = T_B = 316\text{kN}$

Verifica del conglomerato: la resistenza delle bielle compresse deve essere maggiore del taglio di calcolo V_d

$V_d \leq 0.3 \times f_{cd} \times b \times d \leq 0.3 \times 15.56 \times 300 \times 770 \leq 1078.3 \times 10^3$ N= 1078.3 kN $\Rightarrow$ Verificato

Il taglio a ssorbito dal conglomerato vale:

$V_{cu} = 0.60\ f_{ctd} \times b \times d \times \delta = 0.60 \times 1.14 \times 1.14 \times 770 = 158$ kN

Poiché risulta

$V_{cu} = V_d/2$

si deve progettare l'armatura in modo che sopporti le forze di taglio eccedenti quelle equilibrate dal calcestruzzo

$V_{su} = V_d - V_{cu} = 316-158 = 158$ kN

$V_{su} = A_{sw} \times f_{yd} \times (0.9d/s)$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{f_{yd} \times 0.9d} = \frac{158 \times 10^3}{373.9 \times 0.9 \times 770} = 0.61\frac{mm^2}{mm} = 6.1\frac{cm^2}{m}$$

Il quantitativo minimo di armatura previsto dalla normativa risulta :

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0.10\left(1 + 0.15\frac{d}{b}\right) \times b = 0.10\left(1 + 0.15 \times \frac{77}{30}\right) * 30 = 4.15\frac{cm^2}{m}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} > \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min}$$

Scegliendo ferri $\phi 10$ si ha :

$A_t = 0.79\ cm^2$

l passo delle staffe che si ottiene adottando ferri $\phi 10$ è :

$$s = \frac{2A_t}{A_{sw}/s} = \frac{2 \times 0.79}{6.1} = 0.26\ m = 26\ cm$$

Il passo minimo previsto dalla normativa vale :

$s_{norm} = \min(33\ cm, 0.8d) = \min(33\ cm, 61.6\ cm) = 33\ cm$

$s < s_{norm} \quad \Rightarrow \quad$ Verificato

Per una distanza pari a d = 77 cm dagli appoggi si deve avere

$s < 12\phi_l = 12 \times 2.0 = 24\ cm$

Si possono adottare 5 staffe $\phi 10$ a due bracci per metro = 1 staffa $\phi 10/20$ cm = 7.90 cm^2/m

- In campata

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 4.15\frac{cm^2}{m} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ staffa } \phi 8 \text{ a due bracci/20 cm} = 5.00\frac{cm^2}{m}$$

Il taglio assorbito dall'armatura minima prevista dalla normativa è :

$$V_{su,\,min} = A_{sw,\,min} \times f_{yd} \times \frac{0.9d}{s} = 2 \times 50 \times 373.9 \times \frac{0.9 \times 770}{200} = 129556\ N = 129.6\ kN$$

$V_{R,\,min}$ = taglio resistente minimo della trave

Poichè

$V_{cu} > V_{su,\,min}$

il taglio resistente minimo risulta :

$V_{R,\,min} = 2 \times V_{su,\,min} = 2 \times 129.6 = 259.2\ kN$

Dove il taglio di calcolo risulta maggiore di $V_{R,\,min}$ l'armatura minima di normativa non è sufficiente; ciò avviene a partire da una distanza x dagli appoggi pari a :

$V_{R,\,min} = V_d - q_d * x$

$$x = \frac{V_d - V_{R,\,min}}{q_d} = \frac{316 - 259.2}{100} = 0.57\ \text{m}$$

d) Verifica del pilastro

Le sollecitazioni agenti alla sommità del pilastro sono :

$N_d = 284\ \text{kN}$

$M_d = 96\ \text{kN} \times \text{m}$

Calcolo dell'armatura presente nella sezione

$A_s = 4\phi16 = 4 \times 2.01 = 8.04\ \text{cm}^2$

$A_s = 2\phi16 = 2 \times 2.01 = 4.02\ \text{cm}^2$

Riconoscimento della regione di appartenenza della sezione attraverso il valore adimensionale della forza normale

$$n = \frac{N_d}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{284 \times 10^3}{300 \times 270 \times 13.23} = 0.265$$

$0 < n < 1 \quad \Rightarrow \quad$ Regione 2 o 3

Equilibrio alla traslazione, ipotizzando che l'acciaio compresso A'_s sia snervato

$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$

$0.8 \times y_c \times b \times \overline{f_{cd}} + A'_s \times f_{yd} - A_s \times f_{yd} = N_d$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione :

$$y_c = \frac{N_d + (A_s - A'_s) \times f_{yd}}{0.8 \times b \times \overline{f_{cd}}} = \frac{284 \times 10^3 + (8.04 - 4.02) \times 10^2 \times 373.9}{0.8 \times 300 \times 13.23} = 137\ \text{mm} = 13.7\ \text{cm}$$

Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 1 e 2

$$y_c^{1\text{-}2} = \frac{3.5°/_{oo}}{3.5°/_{oo} + \varepsilon_{yd}} \times d$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{373.9}{206 \times 10^3} = 1.82°/_{oo}$$

$$y_c^{1\text{-}2} = \frac{3.5}{3.5 + 1.82} \times 27 = 17.76\ \text{cm}$$

Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 2 e 3

$yc^{2\text{-}3} = 0.259 \times d = 0.259 \times 27 = 6.99\ \text{cm}$

Per riconoscere la regione di appartenenza della sezione è necessario confrontare la posizione del suo asse neutro con la posizione dell’asse neutro relativo ai diagrammi di separazione fra le regioni 1-2 e le regioni 2-3

$yc^{2\text{-}3} < yc < yc^{1\text{-}2} \quad \Rightarrow \quad$ Regione 2

La deformazione dell'acciaio compresso si ottiene dalla proporzione :

$\varepsilon'_s : (y_c - d') = \varepsilon_{cu} : y_c$

$$\varepsilon'_s = \frac{(y_c - d') \times \varepsilon_{cu}}{y_c} = \frac{(13.7 - 3) \times 3.5°/_{oo}}{13.7} = 2.73°/_{oo} > \varepsilon_{yd} = 1.82°/_{oo} \Rightarrow \text{ Ipotesi verificata}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione

$$M_u = 0.8 y_c \times b \times \overline{f_{cd}} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4 y_c\right) + A'_s \times \left(\frac{h}{2} - d'\right) \times f_{yd} + A_s \times \left(d - \frac{h}{2}\right) =$$

$$= 0.8 \times 137 \times 300 \times 13.23 \times (150 - 0.4 \times 137) + 402 \times 373.9 \times (150 - 30) + 804 \times 373.9 \times (270 - 150) =$$

$$= 41.4 \times 10^6 + 18.0 \times 10^6 + 36.1 \times 10^6 = 95.5 \times 10^6 \text{ N - mm} = 95.5 \text{ kN - m}$$

$M_u < M_d \quad \Rightarrow \quad$ Sezione non verificata