

PROVA INTERCORSO N°2 del 11.5.1999: ESERCIZIO N°1

Traccia

Per la sezione rappresentata in figura 1, sollecitata da uno sforzo normale centrato costante pari a $N_d=600\text{kN}$, valutare il momento di fessurazione M_f e il momento ultimo M_U .

Dati del problema

Dati geometrici (figure 1 e 2)

Larghezza: $b=0.30\text{m}$

Altezza: $h=0.60\text{m}$

Copriferro: $d'=3\text{cm}$

Armatura

$A_f=A'_f=10\text{cm}^2$

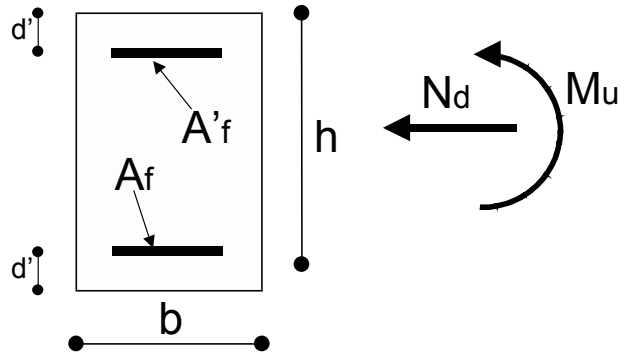


Figura 1: schema della sezione

Caratteristiche meccaniche dei materiali

Resistenza caratteristica del calcestruzzo:

$$R_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$$

Resistenza caratteristica dell'acciaio FeB38K:

$$f_{yk}=375 \text{ N/mm}^2$$

Tabella dei risultati da compilare

Momento di fessurazione [kN·m]	
Momento ultimo [kN·m]	

PROVA INTERCORSO N°2 del 11.5.1999: ESERCIZIO N°1

Soluzione

Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali:

$$\bar{f}_{cd} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 25}{1.6} = 11.02 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{375}{1.15} = 326 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times 1.2 \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}^2} = 0.7 \times 1.2 \times 0.27 \times \sqrt[3]{25^2} = 1.939 \text{ N/mm}^2$$

a) Per valutare il momento di fessurazione M_f si considera la sezione omogeneizzata di area A^* il cui baricentro coincide con il centro geometrico della sezione, visto che le armature sono uguali ed equidistanti da tale centro.

$$A^* = b \times h + 2n \times A_f = 300 \times 600 + 2 \times 15 \times 1000 = 210000 \text{ mm}^2$$

$$W^* = \frac{I^*}{h/2} = \frac{2}{h} \times \left[\frac{b \times h^3}{12} + 2n \times A_f \left(\frac{h}{2} - d' \right)^2 \right] = \frac{bh^2}{6} + \frac{4n \times A_f}{h} \left(\frac{h}{2} - d' \right)^2 =$$
$$= \frac{300 \times 600^2}{6} + \frac{4 \times 15 \times 1000}{600} \times (300 - 30)^2 = 25.29 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$-f_{ctk} = \frac{N_d}{A^*} - \frac{M_f}{W^*}$$

$$M_f = W^* \times \left(\frac{N_d}{A^*} + f_{ctk} \right) = 25.29 \times 10^6 \times \left(\frac{600 \times 10^3}{210000} + 1.939 \right) = 121.3 \times 10^6 \text{ N - mm} =$$
$$= 121.3 \text{ kN - m}$$

b) Valutazione del momento ultimo M_u .

Riconoscimento della regione di appartenenza della sezione attraverso il valore adimensionale della forza normale

$$n = \frac{N_d}{b \times d \times \bar{f}_{cd}} = \frac{600 \times 10^3}{300 \times 570 \times 11.02} = 0.318$$

$0 < n < 1 \Rightarrow$ Regione 2 o 3

Equilibrio alla traslazione, ipotizzando che l'acciaio compresso A'_f sia snervato:

$$0.8 \times y_c \times b \times \overline{f_{cd}} + A'_f \times f_{yd} - A_f \times f_{yd} = N_d$$

$$0.8 \times y_c \times b \times \overline{f_{cd}} = N_d$$

Dall'equazione si ottiene la posizione dell'asse neutro della sezione :

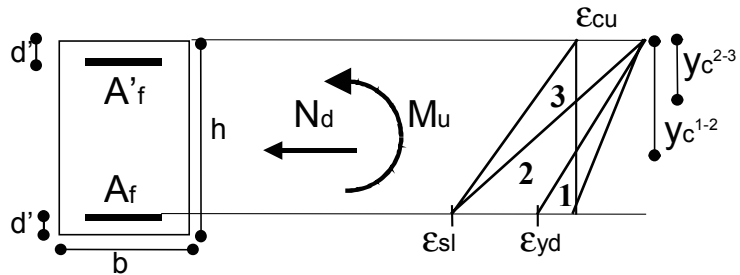
$$y_c = \frac{N_d}{0.8 \times b \times \overline{f_{cd}}} = \frac{600 \times 10^3}{0.8 \times 300 \times 11.02} = 226.9 \text{ mm} = 22.7 \text{ cm}$$

Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 1 e 2:

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5^{\circ/oo}}{3.5^{\circ/oo} + \epsilon_{yd}} \times d$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{326}{206 \times 10^3} = 1.58^{\circ/oo}$$

$$y_c^{1-2} = \frac{3.5}{3.5 + 1.58} \times 57 = 39.3 \text{ cm}$$



Posizione dell'asse neutro in corrispondenza del limite fra le Regioni 2 e 3:

$$y_c^{2-3} = 0.2593 \times d = 0.2593 \times 57 = 14.8 \text{ cm}$$

Per riconoscere la regione di appartenenza della sezione è necessario confrontare la posizione del suo asse neutro con la posizione dell'asse neutro relativo ai diagrammi di separazione fra le regioni 1-2 e le regioni 2-3

$$y_c^{2-3} < y_c < y_c^{1-2} \Rightarrow \text{Regione 2}$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno al centro della sezione:

$$\begin{aligned} M_u &= 2A_f \times \left(\frac{h}{2} - d' \right) \times f_{yd} + 0.8y_c \times b \times \overline{f_{cd}} \times \left(\frac{h}{2} - 0.4y_c \right) = \\ &= 2 \times 1000 \times (300 - 30) \times 326 + 0.8 \times 226.9 \times 300 \times 11.02 \times (300 - 0.4 \times 226.9) = \\ &= 301.6 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 301.6 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Tabella dei risultati

Momento di fessurazione [kN-m]	121.3
Momento ultimo [kN-m]	301.6