

LABORATORI DI COSTRUZIONE DELL'ARCHITETTURA 2 (A – B – C)

Prima Prova in Corso d'Anno

Giovedì 11 aprile 2002

Si consideri la trave in figura con una campata di luce $L=5$ m e due sbalzi, ciascuno di luce $S=2$ m, con sezione $b=30$ cm, $h=40$ cm, $d'=3$ cm, calcestruzzo di classe $R_{ck}=30$ N/mm², Acciaio FeB 44k, sottoposta ad un carico permanente uniformemente ripartito il cui valore caratteristico, incluso il peso proprio, è pari a $G_{k1} = 60$ kN/m in campata e $G_{k2} = 40$ kN/m sugli sbalzi.

Si richiede di:

- 1) costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto $G_d = \gamma_g G_k$
- 2) progettare (e disegnare) le armature longitudinali della trave;
- 3) verificare la sezione sull'appoggio B, lato campata, allo stato limite ultimo (tenendo conto della doppia armatura);
- 4) progettare e verificare l'armatura a taglio utilizzando staffe a due braccia;
- 5) calcolare, per la sezione già verificata allo stato limite ultimo, i valori della tensione massima nel calcestruzzo σ_{c_max} e la tensione nelle armature σ_s, σ_s' in condizioni di esercizio ($\gamma_g=1$).

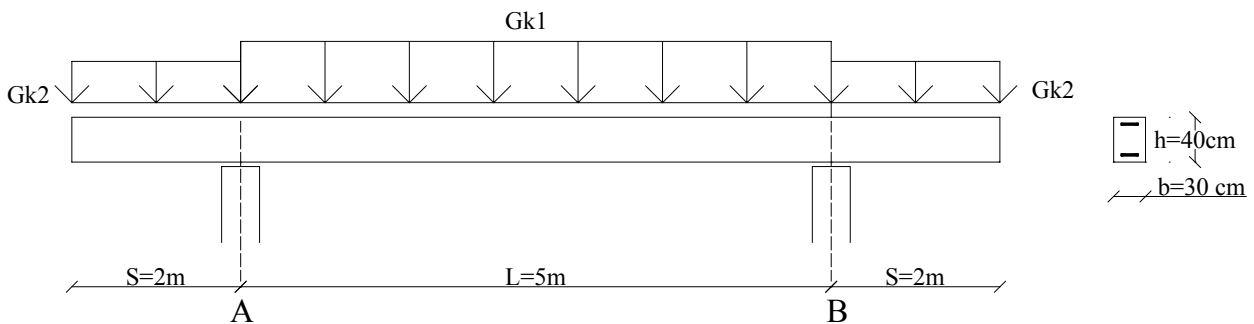


Figura. Schema della struttura

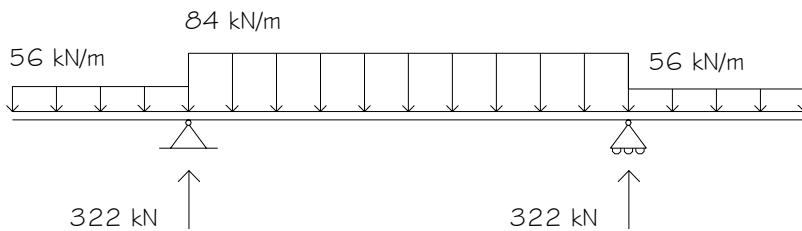
1) costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto

Valore del carico di progetto

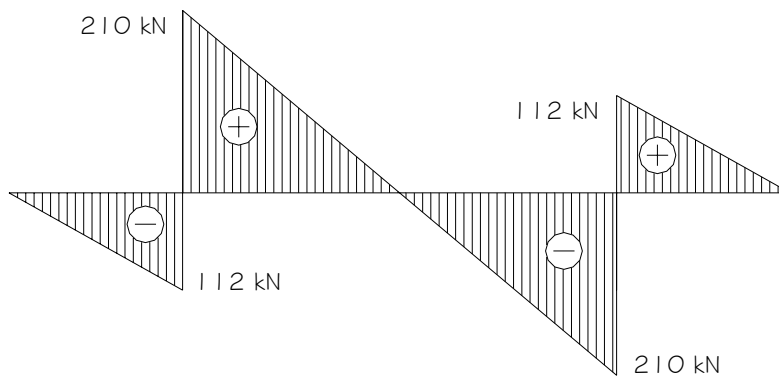
$$P'_d = 1,4 \times G_{k1} = 56 \text{ kN/m}$$

$$P''_d = 1,4 \times G_{k2} = 84 \text{ kN/m}$$

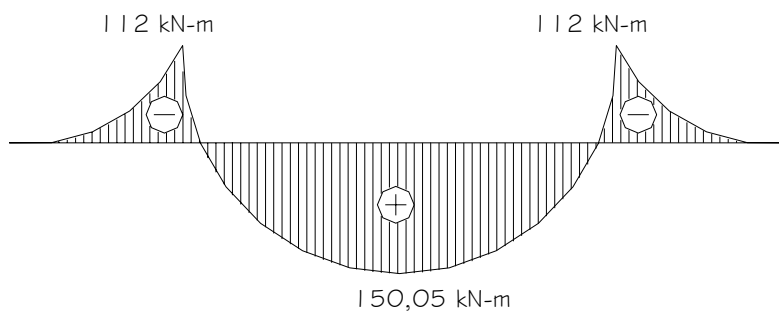
Reazioni vincolari :



Taglio



Momento



2) Progettare le armature longitudinali della trave

Valori di calcolo delle resistenze

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1,15} = 374 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cd} = R_{ck} \times \frac{0,83}{\gamma_c} = 15,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\bar{f}_{cd} = 0,85 \times f_{cd} = 13,23 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{ctd} = 0,7 \times 0,27 \times \frac{R_{ck}}{1,6} = 1,14 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Area minima di armatura inferiore o superiore necessaria per coprire la sollecitazione di Momento flettente

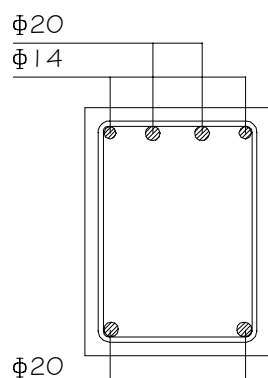
$$A_{s \min} = \frac{M_d}{0,9 \times d \times f_{yd}}$$

Area minima di armatura inferiore calcolata (come da Norma) per portare in corrispondenza degli appoggiuno sforzo di trazione pari al taglio

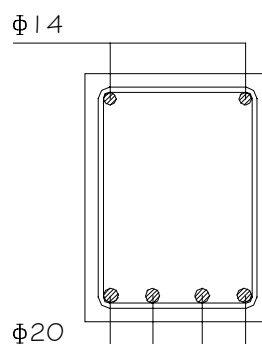
$$A_{s \min} = \frac{V_d}{f_{yd}}$$

	Md (kN-m)	Vd (kN-m)	As _{min} (cm ²)	ferri	As (cm ²)
A,B inf		210	5,61	2Φ20	6,20
A,B sup	112		9,00	2 Φ 20+2 Φ 14	9,34
Cinf	-150,5		12,08	4 Φ 20	12,56
Csup		reggistaffe		2 Φ 14	3,06

SEZ A e B



SEZ C



Momenti resistenti

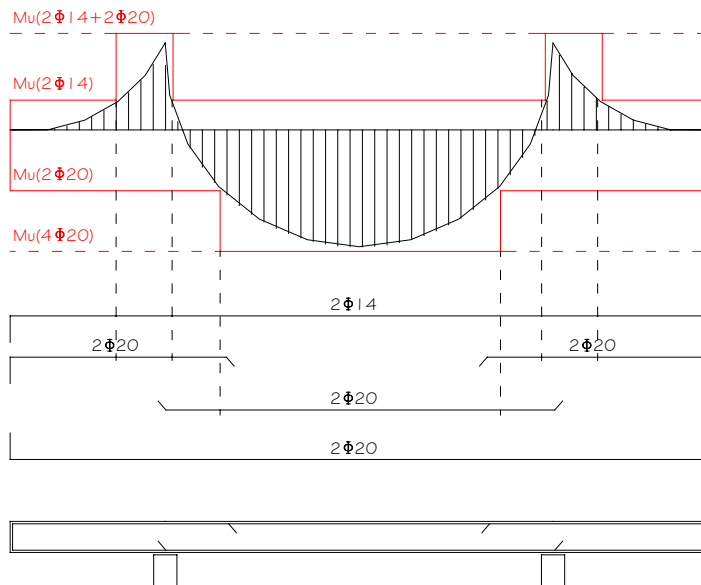
$$M_R = A_{\text{eff}} \times 0,9 \times d \times f_{yd}$$

$$M_R(2\phi 14 + 2\phi 20) = 9,36 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 37 \text{ cm} = 11657 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 116,57 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_R(2\phi 14) = 3,08 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 37 \text{ cm} = 3835 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 38,35 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_R(2\phi 20) = 6,28 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 37 \text{ cm} = 7821 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 78,21 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_R(4\phi 20) = 12,56 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 37 \text{ cm} = 15642 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 156,42 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



3) Verifica allo stato limite ultimo

Percentuali meccaniche di armatura:

$$A_s = 934 \text{ mm}^2 \quad \mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \bar{f}_{cd}} = \frac{934 \times 374}{300 \times 370 \times 13,23} = 0,24$$

$$A_s = 620 \text{ mm}^2 \quad \mu'_s = 0,16$$

$$\mu_s - \mu'_s = 0,08 \quad \Rightarrow \text{Regione 3}$$

Ipotizzando che l'armatura compressa sia snervata:

$$K = \frac{(\mu_s - \mu'_s)}{0,81} = \frac{0,08}{0,81} = 0,0988 \quad \delta = \frac{d'}{d} = \frac{3}{37} = 0,081$$

$$\varepsilon'_s = \frac{K - \delta}{1 - K} \varepsilon_{sl} = \frac{0,0988 - 0,081}{1 - 0,0988} \times 0,01 = \frac{0,0177}{0,9012} \times 0,010 = 0,0002 \leq 0,0017 \quad \sigma'_s = E_s \times \varepsilon'_s = 206 \times 10^3 \times 0,0002 = 41,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Rightarrow \text{poichè } \varepsilon'_s \leq \varepsilon_{sy} \text{ l'ipotesi che l'armatura compressa sia snervata non è valida} \quad \alpha_1 = \frac{\varepsilon_{sl}}{\varepsilon_{yd}} = 5,88$$

$$0,81K^2 - (0,81 + \mu_s + \mu'_s \times \alpha_1)K + (\mu_s + \mu'_s \times \alpha_1 \times \delta) = 0,81K^2 - (0,81 + 0,24 + 0,16 \times 5,88)K + (0,24 + 0,16 \times 5,88 \times 0,081) = 0,81K^2 - 1,99K + 0,316$$

$$K = \frac{+1,99 \pm \sqrt{1,99^2 - 4 \times 0,81 \times 0,316}}{1,62} = \frac{+1,99 - 1,713}{1,62} = 0,17$$

Calcolo di M_u

$$M_u = \left(A_s \times f_{yd} - 0,337 \times b \times d \times K^2 \times \bar{f}_{cd} - A_s \times \sigma'_s \delta \right) d = \left(934 \times 374 - 0,337 \times 300 \times 370 \times 0,17^2 \times 13,23 - 620 \times 41,2 \times 0,081 \right) 370 =$$

$$= (349316 - 14302,45 - 2069,06) 370 = 332944,49 \times 370 = 123,18 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 123,18 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq M_d$$

4) Armature a taglio

Verifica bielle compresse:

$$V_u = 0,3 \times b \times d \times f_{cd} = 0,3 \times 30 \times 37 \times 1,556 = 520 \text{ kN}$$

$$V_{d \max} = 210 \text{ kN}$$

$$V_{d \max} \leq V_u$$

Taglio portato dal calcestruzzo

$$V_{cu} = 0,6 \times b \times d \times f_{ctd} = 0,6 \times 30 \times 37 \times 0,114 = 76 \text{ kN}$$

Armatura minima prevista dalla normativa

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0,1 \left(1 + 0,15 \frac{d}{b}\right) b = 0,1 \left(1 + 0,15 \frac{37}{30}\right) \times 30 = 3,60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

scegliendo tondini $\phi 8$ il passo risulta $s = \frac{1}{3,6} = 0,278 \Rightarrow s = 27 \text{ cm}$

limiti di normativa sul passo

$$s_{\max} = \min \begin{cases} 33 \text{ cm} \\ 0,8 d \cong 30 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{verificato}$$

$$s = 30 \text{ cm} \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{1}{0,3} = 3,33 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \rightarrow 1 \phi 10 / 30 \text{ cm}$$

in corrispondenza degli appoggi invece si deve avere

$$V_{su \min} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} \times f_{yd} \times 0,9 \times d = 45 \text{ kN}$$

$$V_{R \min} = \min(V_{cu} + V_{su \min}; 2 V_{su \min}) = \min(121; 130) = 121 \text{ kN}$$

Appoggio A:

$$V_d(A) = 210 \text{ kN}$$

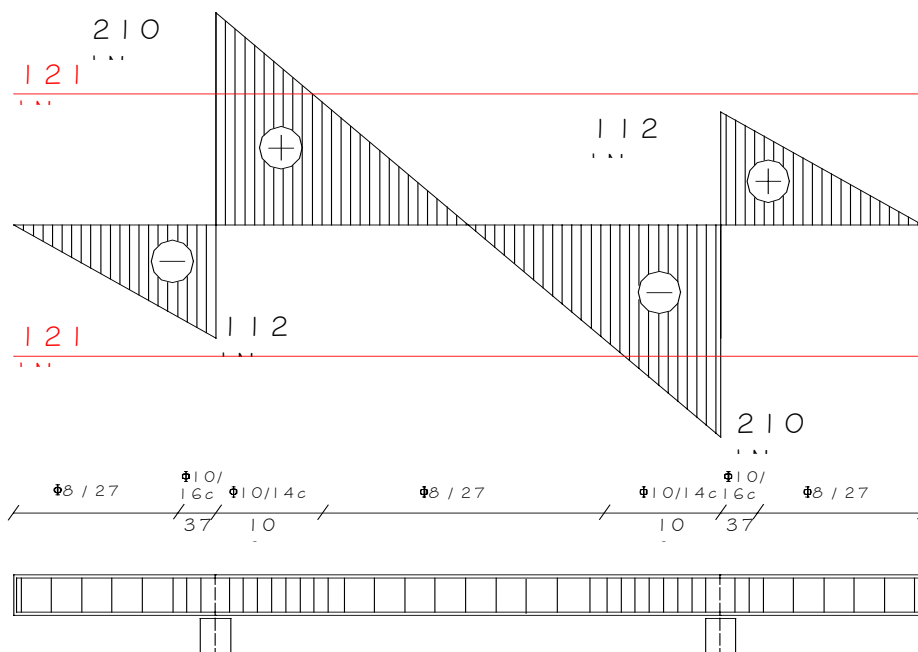
$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{\max(V_d - V_{cu}; V_d/2)}{f_{yd} \times 0,9d} = \frac{\max(134; 105)}{37,4 \times 0,9 \times 0,37} = 10,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rightarrow 1 \phi 10 / 14 \text{ cm}$$

$$l_A = \frac{210 - 121}{84} = 1,059 \text{ m} = 106 \text{ cm}$$

in corrispondenza degli appoggi, per una distanza pari a $d = 37 \text{ cm}$, la normativa prescrive che il passo sia $s \leq 12 \phi$ (diametro minimo dei ferri longitudinali)

$$s = 12 \times 1,4 = 16,8 \text{ cm} \rightarrow s = 16 \text{ cm}$$



$$5) \text{ Calcolo elastico: } A_s = 934 \text{ mm}^2 \quad A'_s = 620 \text{ mm}^2$$

$$S_n^{\text{hom}} = \frac{1}{2} b \times y_c^2 + n A'_s (y_c - d') - n A_s (d - y_c)$$

$$= \frac{1}{2} b \times y_c^2 + n (A_s - A'_s) y_c - n (A'_s d' + A_s d) = 0$$

$$= y_c^2 + 15,5 y_c - 364 = 0$$

$$y_c^2 + 15,5 y_c - 364 = 0$$

$$y_c = 13 \text{ cm}$$

$$I_n^{\text{hom}} = \frac{1}{3} b y_c^3 + n A'_s (y_c - d')^2 + n A_s (d - y_c)^2 =$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 \times 13^3 + 15 \times 6,20 (13 - 3)^2 + 15 \times 9,34 \times (77 - 13)^2 =$$

$$= 112400 \text{ cm}^4$$

$$M_{d(\text{sle})} = \frac{M_{d(\text{slu})}}{1,4} = \frac{112}{1,4} \text{ kN} \cdot \text{m} = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{c \text{ max}} = \sigma_c (y_c) = \frac{M_d}{I_n^{\text{hom}}} y_c = \frac{8000}{112400} \times 13 = 9,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_s = n \frac{M_d}{I_n^{\text{hom}}} (d - y_c) = 15 \times \frac{8000}{112400} \times (37 - 13) = 256 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma'_s = n \frac{M_d}{I_n^{\text{hom}}} (y_c - d') = 15 \times \frac{8000}{112400} \times 10 = 106 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$