UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

LABORATORI DI COSTRUZIONE DELL'ARCHITETTURA 2 (A – B – C)

Prima Prova in Corso d'Anno

Giovedì 11 aprile 2002

Si consideri la trave in figura con una campata di luce L=6 e due sbalzi di luce S=1.5m, di sezione b=30 cm, h=60 cm, d'=3 cm, calcestruzzo di classe Rc_k=25 N/mm^2, Acciaio FeB 44k, sottoposta ad un carico permanente uniformemente ripartito il cui valore caratteristico, incluso il peso proprio, è pari a G_k = 50 kN/m.

Si richiede di:

1) costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto $G_d = \gamma_g G_k$
2) progettare (e disegnare) le armature longitudinali della trave;
3) verificare la sezione di mezzeria allo stato limite ultimo (tenendo conto della doppia armatura);
4) progettare e verificare l'armatura a taglio utilizzando staffe a due braccia;
5) calcolare, per la sezione già verificata allo stato limite ultimo, i valori della tensione massima nel calcestruzzo σ_{c_max} e la tensione nelle armature σ_s, σ_s' in condizioni di esercizio (γ_g =1).

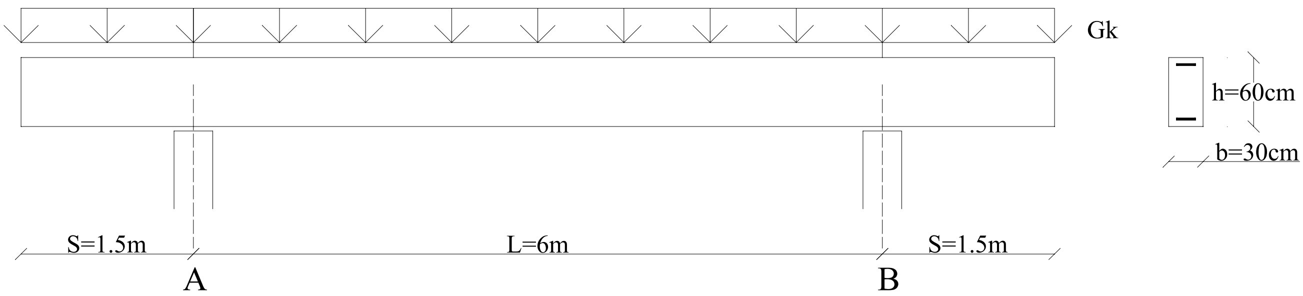
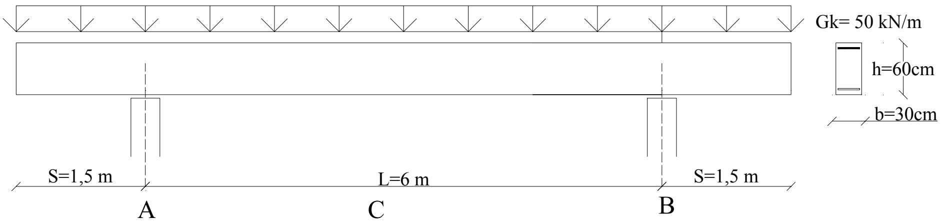


Figura. Schema della struttura



1)costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto

Valore del carico di progetto

$$G_d = 1{,}4 \times G_k = 70\ \text{kN/m}$$

Reazioni vincolari :

$$R_A = R_B = 4{,}5\,G_d = 315\ \text{kN}$$

Taglio

$$T_A^{SX} = -105\ \text{kN}$$
$$T_A^{DX} = +210\ \text{kN}$$

Momento

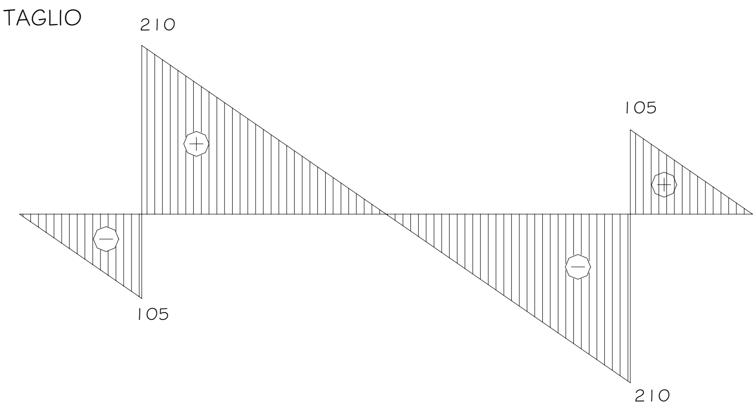
$$M_A = G_d \times \frac{1{,}5^2}{2} = -78{,}75\ \text{kN} - \text{m}$$

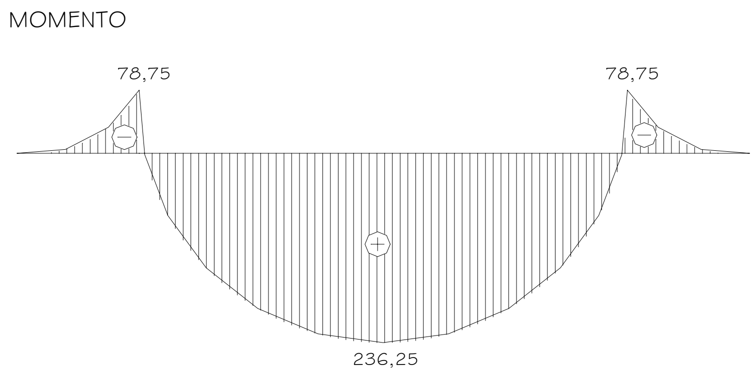
in campata

$$M(z) = M_A + G_d \times \left(3z - \frac{z^2}{2}\right)$$

in mezzeria, ossia per $z = 3$ m

$$M_{AB} = -78{,}75 + 70 \times \left(9 - \frac{3^2}{2}\right) = 236{,}25\text{kN} - \text{m}$$





2) Progettare le armature longitudinali della trave

Valori di calcolo delle resistenze

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 373{,}9\ \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{cd} = \frac{0{,}83 \times R_{ck}}{\gamma_c} = 12{,}97\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\overline{f}_{cd} = 0{,}85 \times f_{cd} = 11{,}02\ \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0{,}7 \times 0{,}27 \times \sqrt[3]{25^2}}{1{,}6} = 1{,}01\ \frac{N}{mm^2}$$

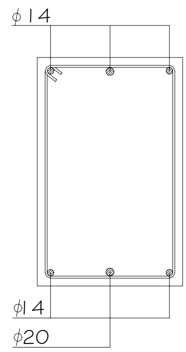
Area minima di armatura inferiore o superiore necessaria per coprire la sollecitazione di Momento flettente

$$A_{s\,min} = \frac{M_d}{0{,}9 \times d \times f_{yd}}$$

Area minima di armatura inferiore calcolata (come da Norma) per portare in corrispondenza degli appoggi uno sforzo di trazione pari al taglio

$$A_{s\,min} = \frac{V_d}{f_{yd}}$$

SEZ A



$$(A_s)^{stret\ nec} = \frac{M_A}{0{,}9 \times d \times f_{yd}} = \frac{78{,}75}{0{,}9 \times 570 \times 373{,}9} = 409\ mm^2 = 4{,}09\ cm^2$$

$$A_s^A = 3\,\phi 14 = 4{,}62\ cm^2$$

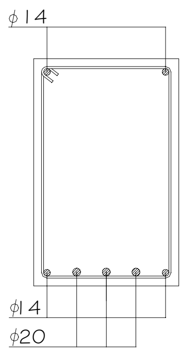
$$(A'_s)^{stret\ nec} = \frac{V_d}{f_{yd}} = \frac{210 \times 10^3}{373{,}9} = 562\ mm^2 = 5{,}62\ cm^2$$

$$A'^{A}_s = 2\,\phi 14 + 1\,\phi 20 = 6{,}22\ \ cm^2$$

$$(A_s^{AB})^{stret\ nec} = \frac{M_{AB}}{0{,}9 \times d \times f_{yd}} = \frac{236{,}25}{0{,}9 \times 570 \times 373{,}9} = 1232\ mm^2 = 12{,}32\ cm^2$$

$$A_s^{AB} = 3\,\phi 20 + 2\,\phi\ 14 = 12{,}5\ cm^2$$

come armatura a compressione nella sezione AB è sufficiente far proseguire in campata come correnti superiori due dei ferri progettati a trazione per l’appoggio A. Si può allora assumere



$$A'^{\,AB}_s = 2\,\phi 14 = 3{,}08\ cm^2$$

Momenti resistenti

$$M_R = A_{eff} \times 0{,}9 \times d \times f_{yd}$$

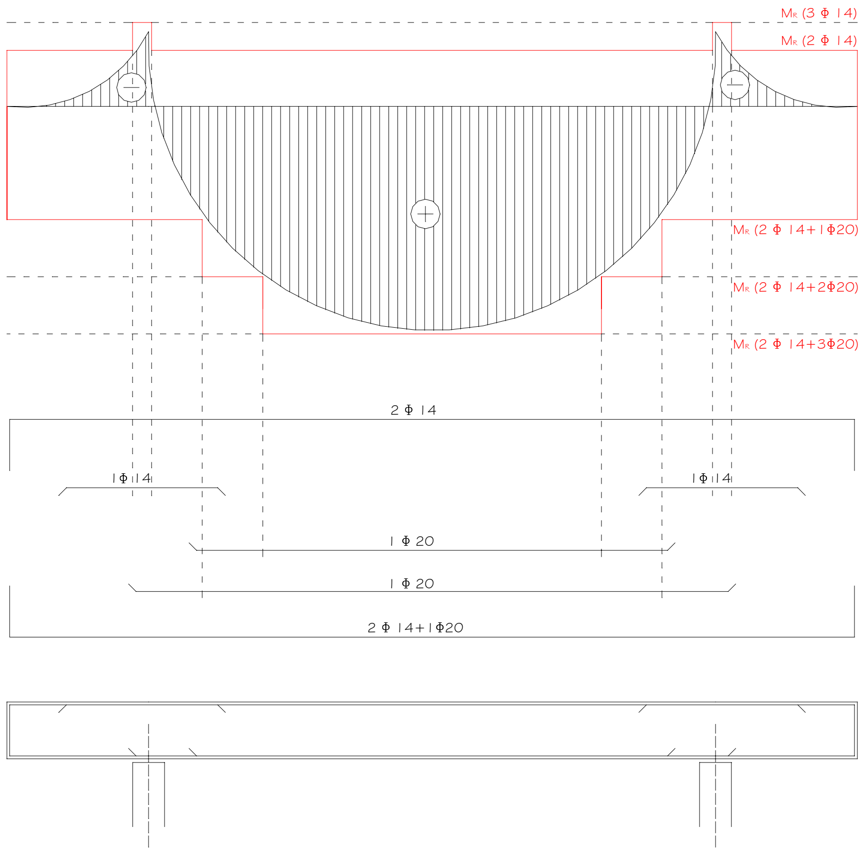
$$M_R\,(2\phi 14 + 1\phi 20) = 6{,}22\ cm^2 \times 0{,}9 \times 37{,}39\,\frac{kN}{cm^2} \times 57cm = 11930\ kN\text{-}cm = 119{,}30\ kN\text{-}m$$

$$M_R\,(2\,\phi 14 + 2\,\phi 20) = 9{,}36\ cm^2 \times 0{,}9 \times 37{,}39\,\frac{kN}{cm^2} \times 57cm = 17953\ kN\text{-}cm = 179{,}53\ kN\text{-}m$$

$$M_R\,(2\,\phi 14 + 3\,\phi 20) = 12{,}5cm^2 \times 0{,}9 \times 37{,}39\,\frac{kN}{cm^2} \times 57cm = 23976\ kN\text{-}cm = 239{,}76\ kN\text{-}m$$

$$M_R\,(2\,\phi 14) = 3{,}08\ cm^2 \times 0{,}9 \times 37{,}39\,\frac{kN}{cm^2} \times 57cm = 5907\ kN\text{-}cm = 59{,}07\ kN\text{-}m$$

$$M_R\,(3\,\phi 14) = 4{,}62\ cm^2 \times 0{,}9 \times 37{,}39\,\frac{kN}{cm^2} \times 57cm = 8861\ kN\text{-}cm = 88{,}61\ kN\text{-}m$$



3) Verifica a doppia armatura della sezione di mezzeria :

Percentuali meccaniche di armatura :

$$A_s = 12{,}50\ \text{cm}^2 \qquad \mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{1250 \times 373{,}9}{300 \times 570 \times 11{,}02} = 0{,}248$$

$$A'_s = 3{,}08\ \text{cm}^2 \qquad \mu'_s = \frac{A'_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{308 \times 373{,}9}{300 \times 570 \times 11{,}02} = 0{,}061$$

per determinare il meccanismo di rottura della sezione si confronta la percentuale meccanica di armatura ottenuta, con quelle corrispondenti ai diagrammi - limiti fra le regioni di rottura

$$(\mu_s - \mu'_s)^{1-2} = 0{,}533$$

$$(\mu_s - \mu'_s)^{2-3} = 0{,}21$$

$$(\mu_s - \mu'_s) = 0{,}248 - 0{,}061 = 0{,}187$$

$$(\mu_s - \mu'_s) \le (\mu_s - \mu'_s)^{2-3} \quad \Rightarrow \quad \text{regione 3 (debolmente armata)}$$

Equilibrio alla traslazione :

si ipotizza $\varepsilon'_s \ge \varepsilon_{yd}$

$$K = \frac{\mu_s - \mu'_s}{0{,}81} = \frac{0{,}187}{0{,}81} = 0{,}231$$

$$\delta = \frac{d'}{d} = \frac{3}{57} = 0{,}053$$

$$\varepsilon'_s = \frac{K - \delta}{1 - K}\varepsilon_{sl} = \frac{0{,}231 - 0{,}053}{1 - 0{,}231} \times 0{,}01 = 2{,}315\ {}^0\!/_0 \quad \Rightarrow \text{ ipotesi verificata} \quad \varepsilon'_s \ge \varepsilon_{yd} = 1{,}82\ {}^0\!/_0$$

M_u si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno alla risultante delle tensioni agenti nel cls compresso

$$M_u = A_s \times f_{yd} \times d \times (1 - 0{,}4K) + A'_s \times f_{yd} \times d \times (0{,}4K - \delta) =$$

$$= 1250 \times 373{,}9 \times 570(1 - 0{,}4 \times 0{,}231) + 308 \times 373{,}9 \times 570(0{,}4 \times 0{,}231 - 0{,}053) =$$

$$= 244{,}4 \times 10^6\ \text{N-mm} = 244{,}4\ \text{kN-m} > M_d$$

4) Progetto e verifica armatura a taglio

Verifica bielle compresse, la cui resistenza dve essere maggiore del taglio di calcolo:

$$V_A \le V_u = 0{,}3 \times b \times d \times f_{cd} = 0{,}3 \times 300 \times 570 \times 12{,}97 = 665{,}36 \times 10^3 \text{ N} = 665{,}36 \text{ kN} \Rightarrow \text{verificato}$$

Taglio portato dal calcestruzzo

$$V_{cu} = 0{,}6 \times b \times d \times f_{ctd} \times \delta = 0{,}6 \times 300 \times 570 \times 1{,}01 = 103{,}63 \text{ kN}$$

Armatura minima prevista dalla normativa

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0{,}1\left(1 + 0{,}15\frac{d}{b}\right)b = 0{,}1\left(1 + 0{,}15\frac{57}{30}\right) \times 30 = 3{,}86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

scegliendo ferri $\phi\, 8$ si ha $A_t = 0{,}5 \text{ cm}^2$

$$s_{min} = \frac{2A_t}{(A_{sw}/s)_{min}} = \frac{1}{3{,}86} = 0{,}259 = 25 \text{ cm}$$

limiti di normativa sul passo

$$s = 25 \text{ cm} \le s_{norm} \min\begin{cases} 33 \text{ cm} \\ 0{,}8\,d = 45{,}6 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{verificato}$$

$$V_{su\,min} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} \times f_{yd} \times 0{,}9 \times d = 0{,}4 \times 0{,}9 \times 57 \times 373{,}9 = 76{,}72 \times 10^3 \text{ N} = 76{,}72 \text{ kN}$$

$$V_{R\,min} = \min(V_{cu} + V_{su\,min}\,;\, 2\,V_{su\,min}) = \min(180{,}35\,;153{,}44) = 153{,}44 \text{ kN}$$

in corrispondenza dell'appoggio (lato interno) si deve avere:

$$V_{su} = \max\{V_A - V_{cu}\,;\, V_A/2\}$$

poichè risulta

$$V_{cu} \le \frac{V_A}{2} = \frac{210}{2} = 105 \text{ kN}$$

l'armatura deve assorbire un taglio pari a

$$V_{su} = V_A - V_{cu} = 210 - 103{,}63 = 106{,}37 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0{,}9 \times d \times f_{yd}} = \frac{106{,}37 \times 10^3}{0{,}9 \times 570 \times 373{,}9} = 0{,}555 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}} = 5{,}55 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

in prossimità dell'appoggio, per una distanza pari a

$$x = \frac{(210 - 153{,}44) \times 3}{210} = 0{,}808 \text{ m} \approx 81 \text{cm}$$

si ha

$$\frac{A_{sw}}{s} \ge \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min}$$

adottando ferri $\phi\, 8$ si ha $A_t = 0{,}50 \text{ cm}^2$. Il passo che si ottiene adottando staffe a due braccia è

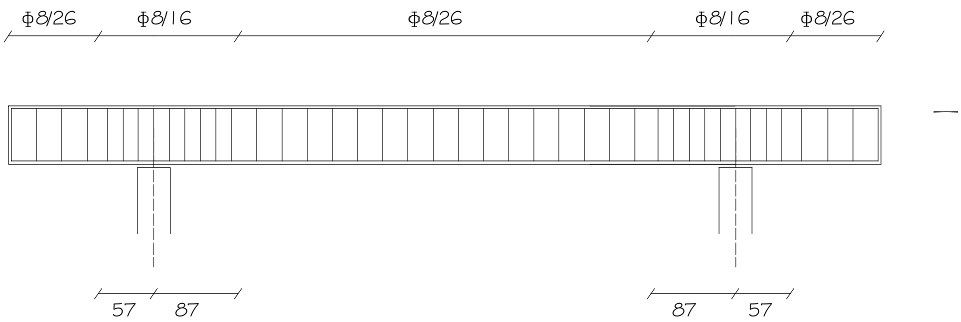
$$s_{min} = \frac{2A_t}{(A_{sw}/s)} = \frac{1}{5{,}55} = 18 \text{ cm}$$

In corrispondenza degli appoggi, per una distanza pari a $d = 57$ cm, la normativa prescrive che il passo sia

$s < 12\,\varphi$ (diametro minimo dei ferri longitudinali adottati) $= 12 \times 1{,}4 = 16{,}8$ cm

$s = 16$ cm

Questa condizione risulta più gravosa di quella precedentemente calcolata per cui, per una distanza pari a 88 cm dall'appoggio, si disporranno staffe $\phi\, 8/16$ cm.



5) Calcolo delle tensioni nella sezionedi mezzeria in condizione di esercizio:

$G_k = 50 \text{ kN/m}$

$R_A = R_B = 4{,}5\, G_k = 225 \text{ kN}$

$V_A^{sx} = -75 \text{ kN}$

$V_A^{dx} = 150 \text{ kN}$

$$M_A = G_k \times \frac{1{,}5^2}{2} = -50 \times \frac{1{,}5^2}{2} = -56{,}25 \text{ kN}$$

$$M_c = M_A + G_k\left(9 - \frac{3^2}{2}\right) = -56{,}25 + 50 \times 4{,}5 = 168{,}25 \text{ kN} - \text{m}$$

Per la verifica agli stati limite di esercizio si considera un comportamento elastico della sezione fessurata (stadio II)

Le caratteristiche geometriche della sezione omogeneizzata sono:

$$y_G^2 + \frac{2n}{b}\left(A'_s + A_s \right) y_G - \frac{2n}{b}\left(A'_s \times d' + A_s \times d \right) = 0$$

$$y_G^2 + \frac{30}{30}\left(12{,}5 + 3{,}08 \right) y_G - \frac{30}{30}\left(3{,}08 \times 3 + 12{,}5 \times 57 \right) = 0$$

$$y_G^2 + 15{,}58\, y_G - 721{,}24 = 0 \qquad \rightarrow \begin{cases} 20{,}182 \\ -35{,}762 \end{cases}$$

la posizione del baricentro è definita da $y_G = 20{,}182$

$$I_n^{hom} = \frac{1}{3} b\, y_G^3 + nA'_s \left(y_G - d' \right)^2 + nA_s \left(y_G - d \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 \times 20{,}182^3 + 15 \times 3{,}08 (20{,}182 - 3)^2 + 15 \times 12{,}5 \times (20{,}187 - 57)^2 =$$

$$= 350011{,}6 \text{ cm}^4$$

La tensione massima nel calcestruzzo si ha in corrispondenza dell'estremità superiore della sezione (compressione)

$$\sigma_c^{sup} = \frac{M_{AB}}{I_g^{hom}} y_G = \frac{168{,}75 \times 10^6}{350011{,}6 \times 10^6} \times 201{,}82 = 9{,}73 \frac{N}{mm^2}$$

I valori della tensione nelle armature tesa e compressa risultano:

$$\sigma_s = n \frac{M_{AB}}{I_g^{hom}} \left(y_G - d \right) = 15 \times \frac{168{,}75 \times 10^6}{350011{,}6 \times 10^6} \times \left(201{,}82 - 570 \right) = \text{-}266{,}26 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma'_s = n \frac{M_{AB}}{I_g^{hom}} \left(y_G - d' \right) = 15 \times \frac{168{,}75 \times 10^6}{350011{,}6 \times 10^6} \times \left(201{,}82 - 30 \right) = 124{,}26 \frac{N}{mm^2}$$