

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

LABORATORI DI COSTRUZIONE DELL'ARCHITETTURA 2 (A – B – C)

Prima Prova in Corso d'Anno

Giovedì 11 aprile 2002

Si consideri la trave in figura con una campata di luce $L=5\text{m}$ ed uno sbalzo di luce $S=2\text{m}$, di sezione $b=30\text{ cm}$, $h=45\text{ cm}$, $d'=3\text{ cm}$, calcestruzzo di classe $R_{c_k}=30\text{ N/mm}^2$, acciaio FeB 44k, sottoposta a carichi permanenti uniformemente ripartiti i cui valori caratteristici, incluso il peso proprio, sono pari a $G_{k1} = 20\text{ kN/m}$ sullo sbalzo e $G_{k2} = 50\text{ kN/m}$ sulla campata.

Si richiede di:

- 1) costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto $G_d = \gamma_g G_k$
- 2) progettare (e disegnare) le armature longitudinali della trave;
- 3) verificare allo stato limite ultimo la sezione di momento massimo in campata (tenendo conto della doppia armatura);
- 4) progettare e verificare l'armatura a taglio utilizzando staffe a due braccia;
- 5) calcolare, per la sezione già verificata allo stato limite ultimo, i valori della tensione massima nel calcestruzzo σ_{c_max} e la tensione nelle armature σ_s, σ_s' in condizioni di esercizio ($\gamma_g=1$).

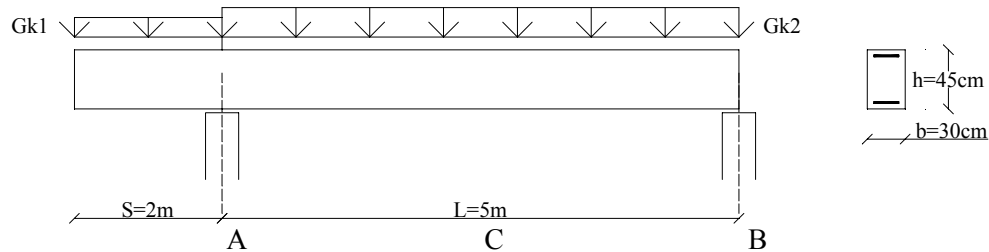
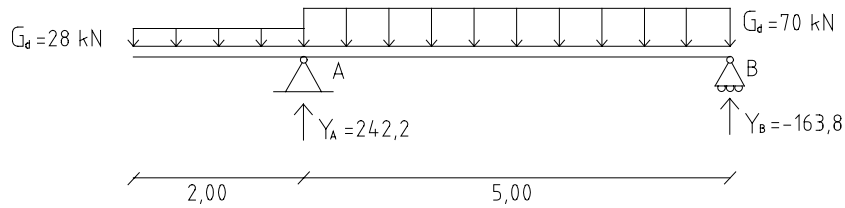


Figura. Schema della struttura



1) costruire i diagrammi della sollecitazione per il carico di progetto

Valore del carico di progetto

$$G_{d1} = 1,4 \times G_{k1} = 28 \text{ kN/m}$$

$$G_{d2} = 1,4 \times G_{k2} = 70 \text{ kN/m}$$

Reazioni vincolari :

$$\Sigma M_A = 28 \times 2 \times 1 - 70 \times 5 \times 2,5 + Y_B \times 5$$

$$Y_B = \frac{875 - 56}{5} = 163,8 \text{ kN}$$

$$Y_A = 56 + 350 - 163,8 = 242,2 \text{ kN}$$

Taglio

$$V(x) = 186,2 - 70x$$

$$V(5) = 163,8 \text{ kN}$$

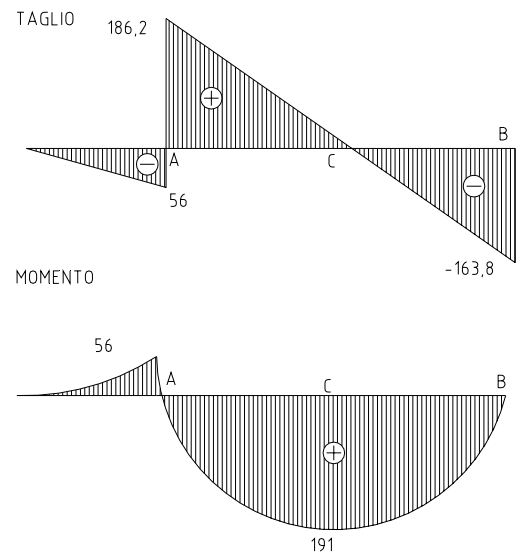
$$V(0) = 0 \quad 186,2 - 70x = 0 \quad x = \frac{186,2}{70} = 2,66 \text{ m}$$

Momento

$$M(x) = -56 - 56x + 242,2x - 35x^2$$

il momento massimo, ossia per $x = 2,66 \text{ m}$

$$M_{\max} = -56 - 56 \times (2,66) + 242,2 \times (2,66) - 35 \times (2,66)^2 = 191 \text{ kN m}$$



2) Progettare le armature longitudinali della trave

Valori di calcolo delle resistenze

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 374 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cd} = \frac{0,83 \times R_{ck}}{\gamma_c} = 15,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\bar{f}_{cd} = 0,85 \times f_{cd} = 13,23 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,27 \times \sqrt[3]{25^2}}{1,6} = 1,14 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Area minima di armatura inferiore o superiore necessaria per coprire la sollecitazione di Momento flettente

$$A_{s \min} = \frac{M_d}{0,9 \times d \times f_{yd}}$$

Area minima di armatura inferiore calcolata (come da Norma) per portare in corrispondenza degli appoggi uno sforzo di trazione pari al taglio

$$A_{s \min} = \frac{V_d}{f_{yd}}$$

$$(A_s)_{\text{stret nec}} = \frac{M_A}{0,9 \times d \times f_{yd}} = \frac{5600}{0,9 \times 42 \times 37,4} = 3,96 \text{ cm}^2$$

$$A_s^A = 2 \phi 16 = 4 \text{ cm}^2$$

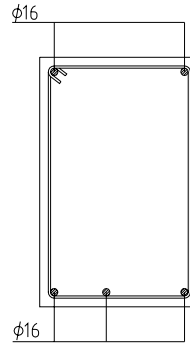
$$(A'_s)_{\text{stret nec}} = \frac{V_d}{f_{yd}} = \frac{186,2}{37,4} = 4,97 \text{ cm}^2$$

$$A_s^A = 3 \phi 16$$

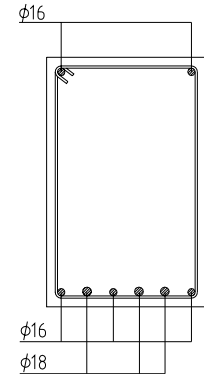
$$(A_s^c)_{\text{stret nec}} = \frac{M_c}{0,9 \times d \times f_{yd}} = \frac{19100}{0,9 \times 47 \times 37,4} = 13,51 \text{ cm}^2$$

$$A_s^c = 3 \phi 16 + 3 \phi 18 = 13,62 \text{ cm}^2$$

SEZ A



SEZ C



come armatura a compressione nella sezione AB è sufficiente far proseguire in campata come correnti superiori due dei ferri progettati a trazione per l'appoggio A. Si può allora assumere

$$A_s^{AB} = 2 \phi 16 = 4 \text{ cm}^2$$

Momenti resistenti

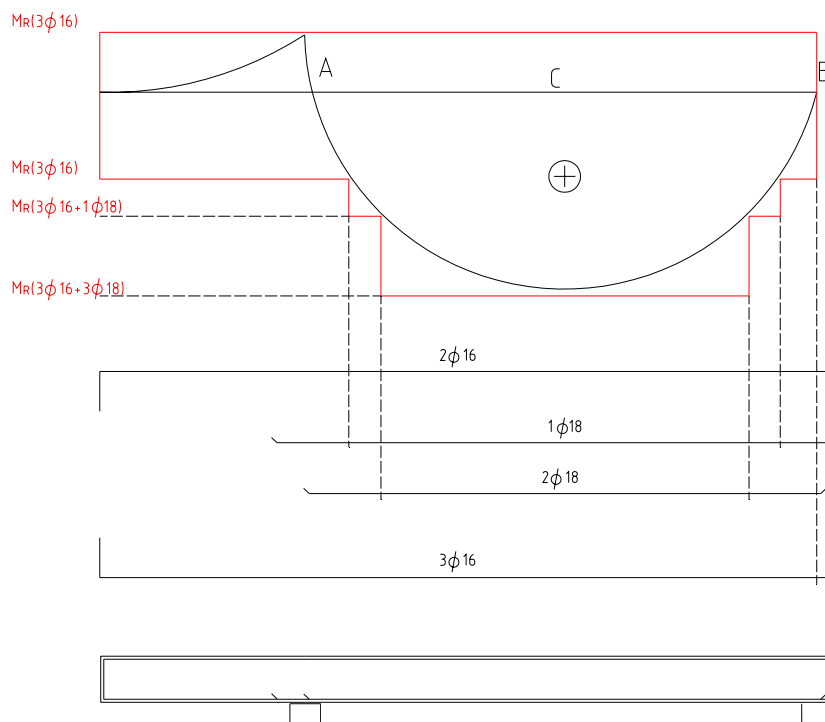
$$M_R = A_{\text{eff}} \times 0,9 \times d \times f_{yd}$$

$$M_R (3 \phi 16 + 3 \phi 18) = 13,62 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 42 \text{ cm} = 19254,8 \text{ kN cm} = 192,55 \text{ kN m}$$

$$M_R (3 \phi 16 + 1 \phi 18) = 8,56 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 42 \text{ cm} = 12101 \text{ kN cm} = 121,01 \text{ kN m}$$

$$M_R (3 \phi 16) = 6,02 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 42 \text{ cm} = 8482 \text{ kN cm} = 84,82 \text{ kN m}$$

$$M_R (2 \phi 16) = 4 \text{ cm}^2 \times 0,9 \times 37,4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 42 \text{ cm} = 5654,88 \text{ kN cm} = 56,55 \text{ kN m}$$



3) Verifica a doppia armatura della sezione di mezzera :

Percentuali meccaniche di armatura :

$$A_s = 13,62 \text{ cm}^2 \quad \mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \bar{f}_{cd}} = \frac{13,62 \times 37,4}{30 \times 42 \times 1,323} = 0,305$$

$$A'_s = 4 \text{ cm}^2 \quad \mu'_s = \frac{A'_s \times f_{yd}}{b \times d \times \bar{f}_{cd}} = \frac{4 \times 37,4}{30 \times 42 \times 1,323} = 0,09$$

per determinare il meccanismo di rottura della sezione si confronta la percentuale meccanica di armatura ottenuta, con quelle corrispondenti ai diagrammi - limiti fra le regioni di rottura

$$(\mu_s - \mu'_s)^{2-3} = 0,21$$

$$(\mu_s - \mu'_s) = 0,305 - 0,09 = 0,215$$

$$(\mu_s - \mu'_s) \geq (\mu_s - \mu'_s)^{2-3} \Rightarrow \text{regione 2}$$

Equilibrio alla traslazione :

si ipotizza $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd}$

$$K = \frac{\mu_s - \mu'_s}{0,81} = \frac{0,215}{0,81} = 0,265$$

$$\delta = \frac{d'}{d} = \frac{3}{42} = 0,07$$

$$\varepsilon'_s = \frac{K - \delta}{K} \varepsilon_{cu} = \frac{0,265 - 0,07}{0,265} \times 3,5 \frac{0}{0} = 2,6 \times 10^{-3} \Rightarrow \text{ipotesi verificata} \quad \varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} = 1,82 \frac{0}{0}$$

M_u si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno alla risultante delle tensioni agenti nel cls compresso

$$\begin{aligned} M_u &= A_s \times f_{yd} \times (d - 0,416 y_c) + A'_s \times f_{yd} \times (0,416 y_c - d') = \\ &= 13,62 \times 37,4 \times (47 - 4,63) + 4 \times 37,4 \times (4,63 - 3) = \\ &= 192,8 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_d = 191 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

4) Progetto e verifica armatura a taglio

Verifica bielle compresse, la cui resistenza deve essere maggiore del taglio di calcolo:

$$V_A \leq V_u = 0,3 \times b \times d \times f_{cd} = 0,3 \times 30 \times 42 \times 1,556 = 588 \text{ kN} \Rightarrow \text{verificato}$$

Taglio portato dal calcestruzzo

$$V_{cu} = 0,6 \times b \times d \times f_{ctd} \times \delta = 0,6 \times 30 \times 42 \times 0,114 = 86,2 \text{ kN}$$

Armatura minima prevista dalla normativa

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0,1 \left(1 + 0,15 \frac{d}{b}\right) b = 0,1 \left(1 + 0,15 \frac{42}{30}\right) \times 30 = 3,63 \text{ cm}^2/\text{m}$$

scegliendo staffe a due braccia $\phi 8$ si ha $A_t = 0,5 \text{ cm}^2$

$$s_{\min} = \frac{2A_t}{(A_{sw}/s)_{\min}} = \frac{1}{3,63} = 0,275 = 27 \text{ cm}$$

limiti di normativa sul passo

$$s = 27 \text{ cm} \leq s_{\text{norm}} = \min \begin{cases} 33 \text{ cm} \\ 0,8 d \approx 33 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{verificato}$$

$$V_{su \min} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} \times f_{yd} \times 0,9 \times d = \frac{3,7 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}} \times 0,9 \times 42 \times 37,4 = 52,30 \text{ kN}$$

$$V_{R \min} = \min(V_{cu} + V_{su \min}; 2 V_{su \min}) = \min(86,2 + 52,30; 52,30 \times 2) = \min(138,5; 104,6) = 104,6 \text{ kN}$$

in corrispondenza dell'appoggio A (lato interno) si deve avere:

$$V_{su} = \max\{T_A - V_{cu}; T_A/2\} = \max\{186,2 - 86,2; 186,2/2\} = \max\{100; 93,1\} = 100 \text{ kN}$$

l'armatura deve assorbire un taglio pari a

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0,9 \times d \times f_{yd}} = \frac{100}{0,9 \times 42 \times 37,4} = 0,071 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} = 7,1 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

si ha

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min}$$

adottando ferri $\phi 8$ si ha $A_t = 0,50 \text{ cm}^2$. Il passo che si ottiene adottando staffe a due braccia è

$$s_{\min} = \frac{2A_t}{(A_{sw}/s)} = \frac{1}{7,1} = 0,141 \text{ m} \approx 14 \text{ cm}$$

in corrispondenza dell'appoggio B

$$V_{su} = \max\{T_B - V_{cu}; T_B/2\} = \max\{163,8 - 86,2; 163,8/2\} = \max\{77,6; 81,9\} = 81,9 \text{ kN}$$

l'armatura deve assorbire un taglio pari a

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{su}}{0,9 \times d \times f_{yd}} = \frac{81,9}{0,9 \times 42 \times 37,4} = 0,058 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} = 5,8 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

adottando ferri $\phi 8$ si ha $A_t = 0,50 \text{ cm}^2$. Il passo che si ottiene adottando staffe a due braccia è

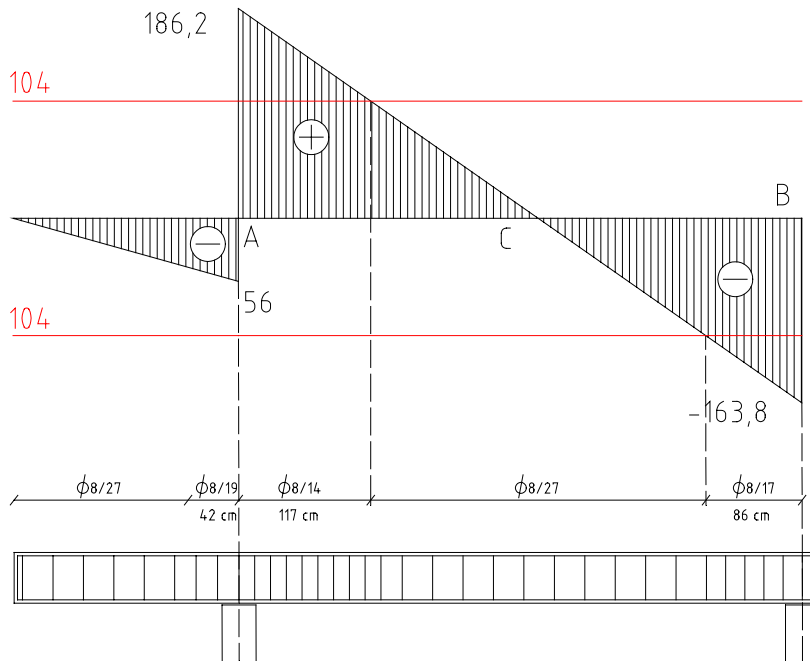
$$s_{\min} = \frac{2A_t}{(A_{sw}/s)} = \frac{1}{5,8} = 0,172 \text{ m} \approx 17 \text{ cm}$$

$\phi 8 / 17 \text{ cm}$ a due braccia

$$\begin{aligned} V(x) = 186,2 - 70x & \quad 104 = 186,2 - 70x & \quad x = \frac{186,2 - 104}{70} = 1,17 \text{ cm} \\ & \quad -104 = 186,2 - 70x & \quad x = \frac{186,2 + 104}{70} = 4,14 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$s_{\min} = 16 \phi \quad s_{\min} = 12 \times 16 = 192 \text{ mm} \Rightarrow 19 \text{ cm}$$

Il passo calcolato con V_{su}^{Adx} e V_{su}^C è più piccolo quindi



5) Calcolo delle tensioni nella sezione di mezzeria in condizione di esercizio:

$$M_d = 191 / 1,4 = 136,43 \text{ kN m}$$

Per la verifica agli stati limite di esercizio si considera un comportamento elastico della sezione fessurata (stadio II)

Le caratteristiche geometriche della sezione omogeneizzata sono:

$$S_n = y_G^2 \frac{b}{2} + n A'_s (y_G - d') - n A_s (d - y_G)$$

impongo $S_n = 0$ per calcolare la posizione dell'asse neutro (y_g)

$$y_G^2 + \frac{2n}{b} (A'_s + A_s) y_G - \frac{2n}{b} (A'_s d' + A_s d) = 0$$

$$y_G^2 + 1(4 + 13,63)y_G - 1(4 \times 3 + 13,63 \times 42) = 0$$

$$y_G^2 + 17,62y_G - 584,04 = 0$$

$$y_G = \frac{-17,62 \pm \sqrt{310,46 + 2336,16}}{2} = \frac{-17,62 \pm 51,44}{2} = \begin{cases} +16,91 \text{ cm} \\ -34,53 \text{ cm} \end{cases}$$

$$y_G = 16,91 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} I_n^{\text{hom}} &= \frac{1}{3} b y_G^3 + n A'_s (y_G - d')^2 + n A_s (y_G - d)^2 = \\ &= \frac{1}{3} \times 30 \times 16,91^3 + 15 \times 4(16,91 - 3)^2 + 15 \times 13,63 \times (42 - 16,91)^2 = \\ &= 48353,824 + 11609,286 + 128608,504 = 188571 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

La tensione massima nel calcestruzzo si ha in corrispondenza dell'estremità superiore della sezione (compressione)

$$\sigma_c^{\text{sup}} = \frac{M_d}{I_g^{\text{hom}}} y_G = \frac{13643}{188571} \times 16,91 = 1,22 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 12,2 \text{ MPa}$$

I valori delle tensioni nelle armature tesa e compressa risultano:

$$\sigma_s = n \frac{M_d}{I_g^{\text{hom}}} (y_G - d) = 15 \times \frac{13643}{188571} \times (16,91 - 3) = 15,1 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 151 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_s = n \frac{M_d}{I_g^{\text{hom}}} (y_G - d') = 15 \times \frac{13643}{188571} \times (42 - 16,91) = 27,23 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cong 272 \text{ MPa}$$