PROVA INTERCORSO N°1 del 9.4.1999: ESERCIZIO N°2

Traccia
Verifica di una sezione in cemento armato.
Determinare il momento ultimo M_u della sezione in figura 3.

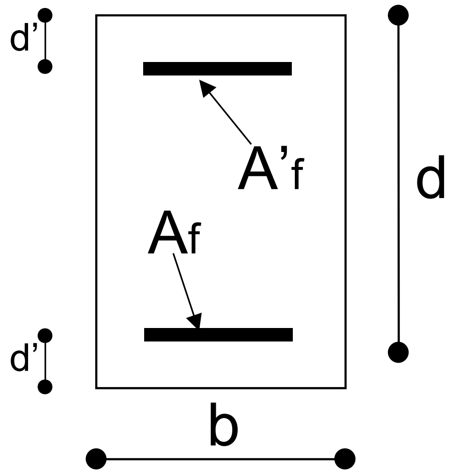


Figura 3: schema della sezione

Dati del problema

Dati geometrici (figura 3)
Larghezza: b=0.30m
Altezza utile: d=0.70m
Copriferro: d'=3cm

Armatura
$A_f = 4\phi16 + 2\phi18$
$A_f' = 2\phi18$

Caratteristiche meccaniche dei materiali
Resistenza caratteristica del calcestruzzo: $R_{ck} = 30\ N/mm^2$
Resistenza caratteristica dell'acciaio FeB44K: $f_{yk} = 430\ N/mm^2$

Tabella dei risultati da compilare

Momento ultimo M_u [kN·m]	

PROVA INTERCORSO N°1 del 9.4.1999: ESERCIZIO N°2

Soluzione

Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali:

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 * 30}{1.6} = 13.23 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo dell'armatura presente nella sezione e delle relative percentuali meccaniche

$$A_f = 4\phi16 + 2\phi18 = 4 \times 2.01 + 2 \times 2.54 = 13.12 \text{ cm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_f \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{1312 \times 373.9}{300 \times 700 \times 13.23} = 0.176$$

$$A'_f = 2\phi18 = 2 \times 2.54 = 5.08 \text{ cm}^2$$

$$\mu'_s = \frac{A'_f \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{508 \times 373.9}{300 \times 700 \times 13.23} = 0.068$$

Per determinare il meccanismo di rottura della sezione si determina la percentuale meccanica di armatura corrispondente alla rottura bilanciata:
Per ottenere $\sigma'(\varepsilon' s)$ è necessario conoscere la deformazione nell'acciaio compresso che può ottenersi dalla proporzione

$$\varepsilon'_s : (Kd - d') = \varepsilon_{cu} : Kd$$

in cui $K = 0.259$

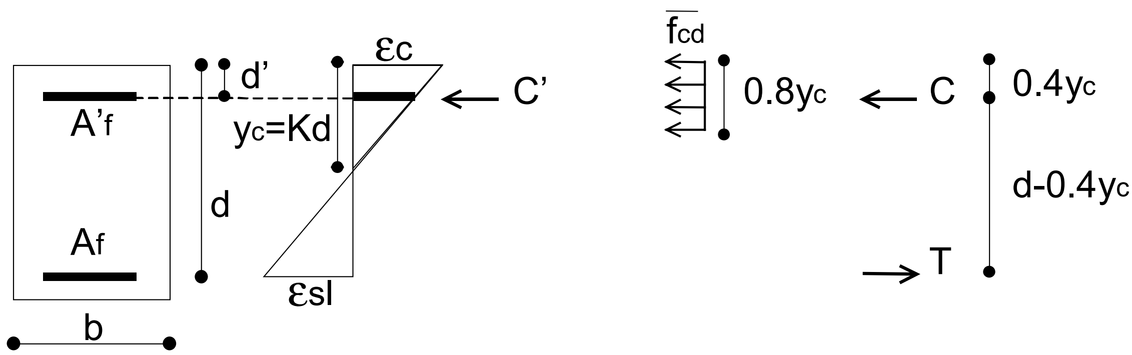
$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu} \times (Kd - d')}{Kd} = \frac{0.035 \times (0.259 \times 700 - 30)}{0.259 \times 700} = 2.9°/_{00}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{373.9}{206000} = 1.81°/_{00}$$

$$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \quad \Rightarrow \quad \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$$

$$\mu_s^{(2)} = 0.210 + \frac{A'_f * f_{yd}}{b * d * \overline{f_{cd}}} = 0.210 + \frac{508 * 373.9}{300 * 700 * 13.23} = 0.278$$

$\mu_s < \mu_s^{(2)} \quad \Rightarrow$ La sezione è debolmente armata (Regione 3)



Equilibrio alla traslazione:

C+C'=T

$$\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8Kd + A'_f\times\sigma'(\varepsilon'_s) = A_f\times f_{yd}$$

Si ipotizza $\varepsilon'_s > \varepsilon'_{yd} \quad\Rightarrow\quad \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$

$$\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8Kd = A_f\times f_{yd} - A'_f\times f_{yd}$$

$$K = \frac{(A_f - A'_f)\times f_{yd}}{\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8d} = \frac{(1312-508)\times 373.9}{13.23\times 300\times 0.8\times 700} = 0.135$$

Verifica dell'ipotesi $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$:

$\varepsilon'_s:(Kd-d') = \varepsilon_{sl}:(d-Kd)$

$$\varepsilon'_s = \frac{(Kd - d')\times\varepsilon_{sl}}{d - Kd} = \frac{[(0.135\times 700)-30]\times 10°/_{oo}}{700\times(1-0.135)} = 1.06°/_{oo}$$

$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \quad\Rightarrow$ Ipotesi non verificata; è necessario correggere l'equazione di equilibrio alla traslazione considerando $\sigma'(\varepsilon'_s) = E_s\times\varepsilon'_s$

$$\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8Kd = A_f\times f_{yd} - A'_f\times E_s\times\frac{(Kd - d')\times\varepsilon_{sl}}{d - Kd}$$

d'=δd

$$\frac{Kd-d'}{d-Kd} = \frac{Kd - \delta d}{d(1-K)} = \frac{K - \delta}{1 - K}$$

$$\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8Kd - A_f\times f_{yd} + A'_f\times E_s\times\frac{K-\delta}{1-K}\times\varepsilon_{sl} = 0$$

$$\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8Kd\times(1-K) - A_f\times f_{yd}\times(1-K) + A'_f\times E_s\times(K-\delta)\times\varepsilon_{sl} = 0$$

$$-\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8d\times K^2 + (\overline{f_{cd}}\times b\times 0.8d + A_f\times f_{yd} + A'_f\times E_s\times\varepsilon_{sl})K - A_f\times f_{yd} - A'_f\times E_s\times\delta * \times\varepsilon_{sl} = 0$$

$-2222640\ K^2+3759676.8\ K-490556.8-44849.1=0$

$-2222640\ K^2+3759676.8\ K-535405.9=0 \quad\Rightarrow\quad K_1=0.157$

$\Rightarrow\quad K_2=1.534$

Poiché $K=y_c/d$ si deve avere $0\le K\le 1$, quindi la soluzione $K_2=1.534$ non è accettabile e pertanto $K=K_1=0.157$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno a C':

$Mu=A_f \times f_{yd} \times (d-d')+f_{cd} \times b \times 0.8Kd \times (d'-0.4Kd)=$

$=1312 \times 373.9 \times (700-30)+13.23 \times 300 \times 0.8 \times 0.157 \times 700 \times (30-0.4 \times 0.157 \times 700)=$

$=328673056-4871404.5= 323.8 \times 10^6$ N-mm= 323.8 kN-m