PROVA INTERCORSO N°1 del 9.4.1999: ESERCIZIO N°1

Traccia

Con riferimento alla trave indicata in figura, ipotizzando le condizioni di stato limite ultimo:

1. determinare le caratteristiche della sollecitazione per le condizioni di carico più gravose;
2. progettare la trave considerando l'altezza costante lungo l'asse. Si valuti in particolare, utilizzando il meccanismo di rottura assegnato:

a) l'altezza utile *d* della sezione;

b) l'armatura nelle sezioni di momento massimo (in campata e all'appoggio).

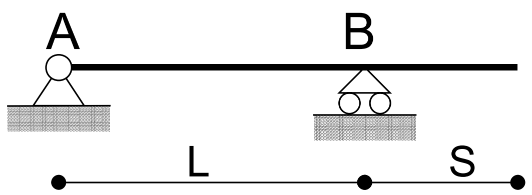


Figura 1: schema della struttura

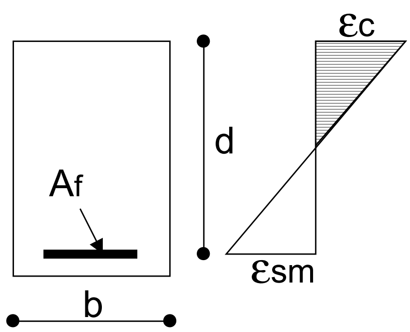


Figura 2: schema della sezione

Dati del problema

Dati geometrici (figure 1 e 2)

Luce della campata: L=5.00m

Lunghezza dello sbalzo: S=1.00m

Larghezza della sezione: b=0.25m

Caratteristiche meccaniche dei materiali

Resistenza caratteristica del calcestruzzo: R_{ck}=30 N/mm^2

Resistenza caratteristica dell'acciaio FeB44K: f_{yk}=430 N/mm^2

Carichi

Carico permanente caratteristico: p=40 kN/m

Carico accidentale caratteristico: q=20 kN/m

Meccanismo di rottura

Deformazione del calcestruzzo: ε_c=3.5‰

Deformazione dell'acciaio: ε_{sm}=7‰

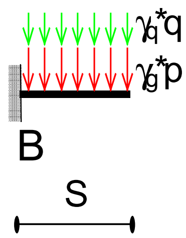
Tabella dei risultati da compilare

	Campata A-B	Appoggio B
Momento massimo [kN·m]		
Armatura [cm^2]		

PROVA INTERCORSO N°1 del 9.4.1999: ESERCIZIO N°1

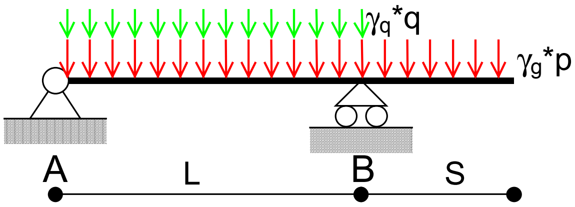
Soluzione

1. Momento massimo all’appoggio B: la condizione di carico più gravosa si ottiene caricando lo sbalzo con il carico permanente p ed il carico accidentale q, amplificati dai rispettivi coefficienti γ



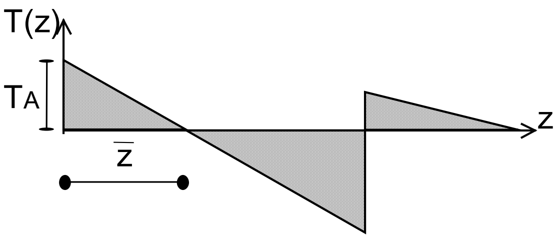
$$M_B = -\frac{(p\times\gamma_g + q\times\gamma_q)s^2}{2} = -\frac{(1.4\times 40 + 1.5\times 20)\times 1^2}{2} =$$
$$= -43\ \text{kN - m}$$

Momento massimo in mezzeria della campata AB: la condizione di carico più gravosa si ottiene caricando l’intera trave con il carico permanente p (amplificato dal coefficiente γ_g) e la sola campata AB con il carico accidentale q (amplificato dal coefficiente γ_q)



La reazione vincolare in corrispondenza dello appoggio A, uguale al taglio in A, risulta :

$$R_A = T_A = (p\times\gamma_g + q\times\gamma_q)\times\frac{L}{2} - (p\times\gamma_g)\frac{s^2}{2L} =$$
$$= (40\times 1.4 + 20\times 1.5)\frac{5}{2} - (40\times 1.4)\frac{1^2}{2\times 5} =$$
$$= 209.4\ \text{kN}$$

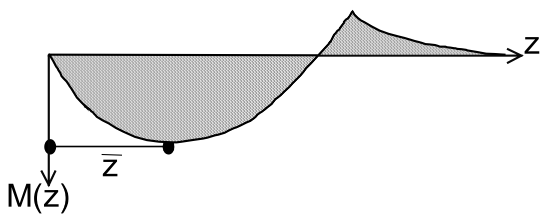


e l'ascissa $\bar{z}$ in cui il taglio è nullo si ottiene da :

$$T(\bar{z}) = T_A - (p\times\gamma_g + q\times\gamma_q)\times\bar{z} = 0$$
$$\bar{z} = \frac{T_A}{p\times\gamma_g + q\times\gamma_q} = \frac{209.4}{40\times 1.4 + 20\times 1.5} = 2.43\ \text{m}$$

Il momento flettente nella campata AB vale :

$$M(z) = -\frac{p\times\gamma_g\times s^2\times z}{2L} + \frac{p\times\gamma_g + q\times\gamma_q}{2}(Lz - z^2)$$



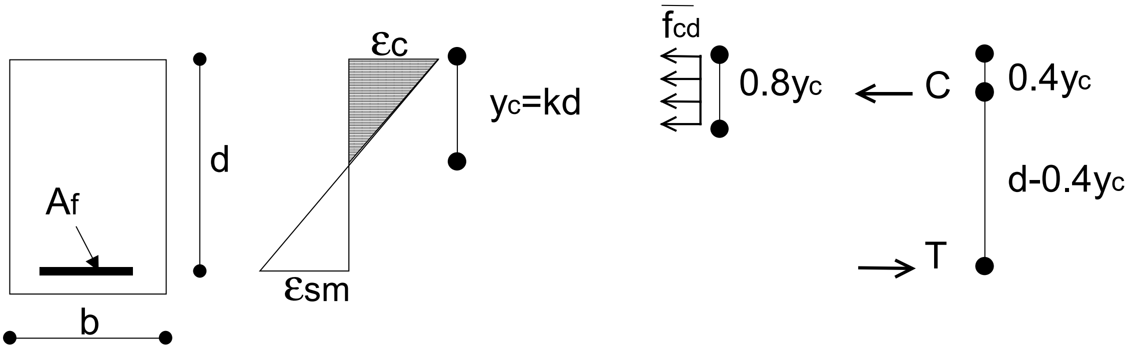
e quindi per $z = \bar{z} = 2.43$ m si ottiene il momento massimo in campata che vale :

$$M_{max} = M(\bar{z})$$
$$M(\bar{z}) = -\frac{40\times 1.4\times 1^2\times 2.43}{2\times 5} + \frac{40\times 1.4 + 20\times 1.5}{2}\times$$
$$\times(5\times 2.43 - 2.43^2) = 254.93\ \text{kN - m}$$

2. Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali:

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 * 30}{1.6} = 13.23 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 373.9 \text{ N/mm}^2$$



Considerando il meccanismo di rottura in figura, la posizione dell'asse neutro y_c=Kd si ottiene attraverso una semplice proporzione:

$$Kd : \varepsilon_c = d : (\varepsilon_c + \varepsilon_{sm})$$

$$Kd = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{sm}} \times d$$

$$K = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{sm}} = \frac{3.5}{3.5 + 7} = 0.333$$

a)A questo punto l'altezza utile della sezione si ricava dall'equilibrio alla rotazione intorno a T :

$$M_{max} = C \times (d - 0.4 y_c) = \overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 Kd \times (d - 0.4 Kd) = \overline{f_{cd}} \times b \times 0.8 Kd^2 \times (1 - 0.4K)$$

$$d^2 = \frac{M_{max}}{\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8K \times (1 - 0.4K)}$$

$$d = \frac{\sqrt{M_{max}}}{\sqrt{\overline{f_{cd}} \times b \times 0.8K \times (1 - 0.4K)}} = \frac{\sqrt{254.93}}{\sqrt{13.23 \times 0.25 \times 0.8 \times 0.333 \times (1 - 0.4 \times 0.333)}} = 0.58 \text{m}$$

b)L'equilibrio alla rotazione intorno a C, tenuto conto che per il meccanismo di rottura assegnato l'acciaio risulta snervato, si scrive:

$$M_{max} = T \times (d - 0.4 y_c) = A_f \times f_{yd} \times (d - 0.4 Kd) = A_f \times f_{yd} \times d \times (1 - 0.4K)$$

e quindi l'armatura in campata strettamente necessaria risulta :

$$A_f = \frac{M_{max}}{f_{yd} \times d \times (1 - 0.4K)} = \frac{254.93 \times 10^6}{373.9 \times 580 \times (1 - 0.4 * 0.333)} = 1356 \text{ mm}^2 = 13.56 \text{cm}^2$$

L'armatura strettamente necessaria all'appoggio risulta :

$$A_f = \frac{|M_B|}{f_{yd} \times d \times (1 - 0.4K)} = \frac{43 \times 10^6}{373.9 \times 580 * (1 - 0.4 \times 0.333)} = 229\ mm^2 = 2.29 cm^2$$

Tabella dei risultati

	Campata A-B	Appoggio B
Momento massimo [kN·m]	254.93	- 43.00
Armatura [cm^2]	13.56	2.29

Altezza della sezione: d= 58 cm