PROVA INTERCORSO N°1 del 5.4.2000: ESERCIZIO N°2

## Traccia

Con riferimento alla trave in c.a. in figura 1, la cui sezione è rappresentata in figura 2, si determini:

a) il valore massimo $\mathbf{M_d}$ del momento flettente di calcolo in campata;
b) l'area $\mathbf{A_s}$ dell'armatura necessaria nella sezione di campata sollecitata dal valore massimo del momento flettente (con riferimento ad un meccanismo di rottura bilanciata);
a) il momento resistente ultimo $\mathbf{M_u}$ della sezione suddetta verificando che questo sia maggiore del momento di calcolo $\mathbf{M_d}$.

## Dati del problema

Luce della campata: $L = 6$ m
Aggetto: $S = 1.5$ m

Valore caratteristico dei carichi permanenti ripartiti uniformemente sulla trave: $G_k = 20$ kN/m
Valore caratteristico dei carichi variabili ripartiti uniformemente sulla trave: $Q_k = 10$ kN/m

Larghezza della sezione: $b = 30$ cm
Altezza utile della sezione: $d = 50$ cm
Copriferro: $d' = 3$ cm

## Caratteristiche meccaniche dei materiali

Resistenza caratteristica del calcestruzzo: $R_{ck} = 35$ N/mm$^2$
Resistenza caratteristica dell'acciaio FeB44K: $f_{yk} = 430$ N/mm$^2$

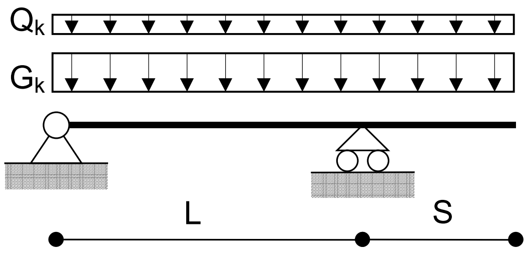



*Figura 1: schema della struttura*

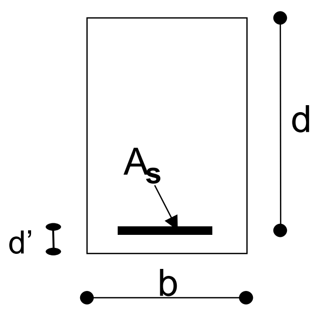


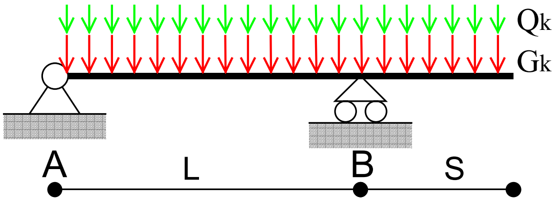

*Figura 2: schema della sezione*

**Tabella dei risultati da compilare**

| |
|---|
| Momento di calcolo massimo in campata $\mathbf{M_d}$ [kN·m] |
| Armatura nella sezione di campata $\mathbf{A_s}$ [cm$^2$]<br><br>Quantità e tipo di barre impiegate |
| momento resistente ultimo $\mathbf{M_u}$ [kN·m] |

PROVA INTERCORSO N°1 del 5.4.2000: ESERCIZIO N°2

**Soluzione**




a) I valori di calcolo dei carichi si ottengono moltiplicando i valori caratteristici per i corrispettivi coefficienti $\gamma$.

- carichi permanenti: $\gamma_g$=1.4
- carichi accidentali: $\gamma_q$=1.5

$G_d = \gamma_g \times G_k$= 1.4×20= 28 kN/m

$Q_d = \gamma_g \times Q_k$= 1.5×10= 15 kN/m

Calcolo delle reazioni vincolari in corrispondenza degli appoggi A e B

$$R_A + R_B - (Q_d + G_d) \times (S + L) = 0$$

$$-(Q_d + G_d) \times \frac{(S+L)^2}{2} + R_B \times L = 0$$

$$R_B = (Q_d + G_d) \times \frac{(S+L)^2}{2L} = (28+15) \times \frac{(6+1.5)^2}{2\times 6} = 201.6\ \text{kN}$$

$$R_A = (Q_d + G_d) \times (S+L) - R_B = (Q_d + G_d) \times \frac{(S+L)\times 2L - (S+L)^2}{2L} = (Q_d + G_d) \times \frac{L^2 - S^2}{2L} =$$

$$= (28+15) \times \frac{6^2 - 1.5^2}{2\times 6} = 120.9\ \text{kN}$$

Il momento flettente nella campata AB vale :

$$M(z) = R_A \times z - (Q_d + G_d) \times \frac{z^2}{2} = (Q_d + G_d) \times \frac{(L^2 - S^2)z - Lz^2}{2L}$$

L'espressione del taglio, come derivata prima del momento rispetto a z, è :

$$T(z) = \frac{dM}{dz} = (Q_d + G_d) \times \frac{L^2 - S^2 - 2Lz}{2L}$$

L'ascissa $\bar{z}$ in cui il taglio è nullo si ottiene da :

$$T(\bar{z}) = 0 \quad \Rightarrow \quad L^2 - S^2 - 2L\bar{z} = 0$$

$$\bar{z} = \frac{L^2 - S^2}{2L} = \frac{6^2 - 1.5^2}{2\times 6} = 2.813\ \text{m}$$

Per $z = \bar{z}$ si ottiene il momento massimo in campata che vale :

$$M_{max} = M(\bar{z}) = (Q_d + G_d) \times \frac{(L^2 - S^2)\dfrac{L^2 - S^2}{2L} - L\left(\dfrac{L^2 - S^2}{2L}\right)^2}{2L} = (Q_d + G_d) \times \frac{(L^2 - S^2)^2}{8L^2} =$$

$$= 43 \times \frac{(6^2 - 1.5^2)^2}{8 \times 6^2} = 170.07\ \text{kN - m}$$

b) Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 35}{1.6} = 15.4\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 374\ \text{N/mm}^2$$

'L'armatura strettamente necessaria risulta :

$$A_s = \frac{M_{max}}{0.9 \times d \times f_{yd}} = \frac{170.07 \times 10^6}{0.9 \times 500 \times 374} = 1011\ \text{mm}^2 = 10.11\ \text{cm}^2$$

$$A_s = 4\phi 18 = 4 \times 2.54 = 10.16\ \text{cm}^2$$

c) Valutazione del momento resistente ultimo della sezione

La percentuale meccanica di armatura della sezione risulta :

$$\mu_s = \frac{A_s \times f_{yd}}{b \times d \times \overline{f_{cd}}} = \frac{1016 \times 374}{300 \times 500 \times 15.4} = 0.164$$

La percentuale meccanica di armatura corrispondente alla rottura bilanciata è :

$$\mu_s^{(2)} = 0.210$$

Confrontando i due valori ottenuti si ha :

$\mu_s < \mu_s^{(2)} \quad \Rightarrow \quad$ La sezione è debolmente armata (Regione 3)

da cui $K = 1.25 \mu_s = 0.205$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno a C :

$$M_u = A_s \times f_{yd} \times (d - 0.4 \times Kd) = 1016 \times 374 \times (500 - 0.4 \times 0.205 \times 500) = 174.4 \times 10^6\ \text{N - mm} =$$
$$= 174.4\ \text{kN - m}$$

$M_u > M_{max} \quad \Rightarrow \quad$ Verificato