PROVA INTERCORSO N°1 del 5.4.2000: ESERCIZIO N°1

Traccia

Con riferimento alla trave in c.a. in figura 1, la cui sezione di mezzeria è rappresentata in figura 2, si determini:

a) il momento resistente ultimo della sezione
b) il valore di calcolo P_d della forza, concentrata nella sezione di mezzeria della trave che, unita all'azione del carico permanente, comporta il raggiungimento del momento ultimo.

Dati del problema

Luce della trave: L = 4 m
Valore di calcolo dei carichi permanenti uniformemente distribuiti sulla trave: G_d = 20 kN/m

Larghezza della sezione: b = 40 cm
Altezza utile della sezione: d = 18 cm
Copriferro: d'= 3 cm

Armatura

$A_s = 1\ \phi 16 + 3\ \phi 18$
$A_s' = 2\ \phi 14$

Caratteristiche meccaniche dei materiali

Resistenza caratteristica del calcestruzzo: $R_{ck} = 35\ N/mm^2$
Resistenza caratteristica dell'acciaio FeB44K: $f_{yk} = 430\ N/mm^2$

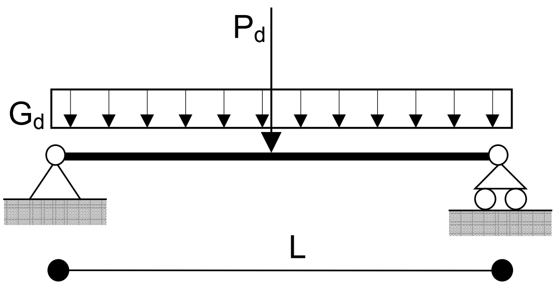


Figura 1: schema della struttura

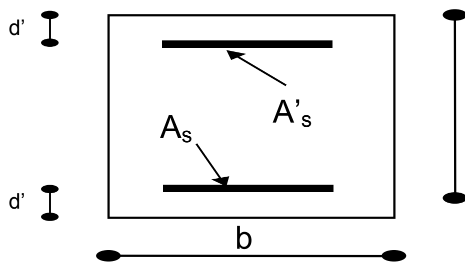


Figura 2 : Sezione di mezzeria della trave

PROVA INTERCORSO N°1 del 5.4.2000: ESERCIZIO N°1

Soluzione

Valutazione delle resistenze di calcolo dei materiali:

$$\overline{f_{cd}} = 0.85 \times \frac{0.83 R_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \times \frac{0.83 \times 35}{1.6} = 15.4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{430}{1.15} = 374 \text{ N/mm}^2$$

1. Valutazione del momento resistente ultimo della sezione

Calcolo dell'armatura presente nella sezione e delle relative percentuali meccaniche

$$A_s = 1\phi 16 + 3\phi 18 = 1 \times 2.01 + 3 \times 2.54 = 9.63 \text{ cm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s * f_{yd}}{b * d * \overline{f_{cd}}} = \frac{963 * 374}{400 * 180 * 15.4} = 0.325$$

$$A'_s = 2\phi 14 = 2 \times 1.54 = 3.08 \text{ cm}^2$$

$$\mu'_s = \frac{A'_s * f_{yd}}{b * d * \overline{f_{cd}}} = \frac{308 * 374}{400 * 180 * 15.4} = 0.104$$

Per determinare il meccanismo di rottura della sezione si determina la percentuale meccanica di armatura corrispondente alla rottura bilanciata ed al diagramma limite fra le regioni 1-2e le si confronta con μ_s:

- In condizioni di rottura bilanciata

$$\mu_s^{(2)} = 0.210 + \mu'_s \times \frac{\sigma'(\varepsilon'_s)}{f_{yd}}$$

Per ottenere $\sigma'(\varepsilon'_s)$ è necessario conoscere la deformazione nell'acciaio compresso che può ottenersi dalla proporzione :

$$\varepsilon'_s : (Kd - d') = \varepsilon_{cu} : Kd$$

in cui K = 0,259

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \frac{Kd - d'}{Kd} = 0.035 \times \frac{0.259 \times 180 - 30}{0.259 \times 180} = 1.25°/_{00}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{374}{206000} = 1.82°/_{00}$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \quad \Rightarrow \sigma'(\varepsilon'_s) = E_s \times \varepsilon'_s = 206 \times 1.25 = 257.5 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu_s^{(2)} = 0.210 + 0.104 \times \frac{257.5}{374} = 0.282$$

- In condizioni limite fra le regioni 1 e 2

$$\mu_s^{(1)} = 0.8 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} + \mu'_s \times \frac{\sigma'(\varepsilon'_s)}{f_{yd}}$$

In questo caso il valore di K è :

$$K = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{3.5}{3.5 + 1.82} = 0.658$$

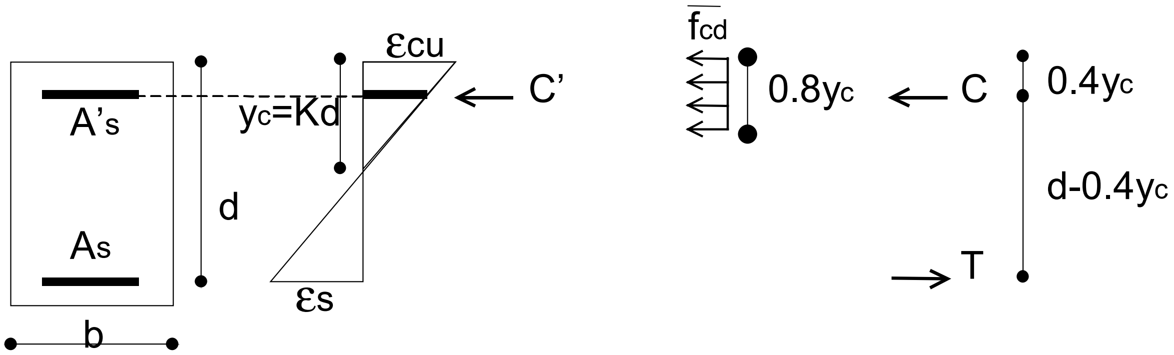
per cui la deformazione dell'acciaio compresso risulta

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \frac{Kd - d'}{Kd} = 0.035 \times \frac{0.658 \times 180 - 30}{0.658 \times 180} = 2.61°/_{00}$$

$$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \quad \Rightarrow \ \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$$

$$\mu_s^{(1)} = 0.8 \frac{3.5}{3.5 + 1.82} + 0.104 = 0.603$$

$\mu_s^{(2)} < \mu_s < \mu_s^{(1)} \quad \Rightarrow$ La sezione è normalmente armata (Regione 2)



Equilibrio alla traslazione :

$$C + C' = T$$

$$\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8Kd + A'_s \times \sigma'(\varepsilon'_s) = A_s \times f_{yd}$$

Si ipotizza $\varepsilon'_s > \varepsilon'_{yd} \quad \Rightarrow \quad \sigma'(\varepsilon'_s) = f_{yd}$

$$\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8Kd = A_s \times f_{yd} - A'_s \times f_{yd}$$

$$K = \frac{(A_s - A'_s) \times f_{yd}}{\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8d} = \frac{(963 - 308) \times 374}{15.4 \times 400 \times 0.8 \times 180} = 0.276$$

Verifica dell'ipotesi $\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd}$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \frac{Kd - d'}{Kd} = 0.035 \times \frac{0.276 \times 180 - 30}{0.276 \times 180} = 1.39°/_{00}$$

$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \quad \Rightarrow$ Ipotesi non verificata, è necessario correggere l'equazione di equilibrio alla traslazione considerando $\sigma'(\varepsilon'_s) = E_s \times \varepsilon'_s$

$$\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8Kd = A_s \times f_{yd} - A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} \frac{Kd - d'}{Kd}$$

$$\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8K^2d^2 - A_s \times f_{yd} \times Kd + A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} \times (Kd - d') = 0$$

$$\overline{f}_{cd} \times b \times 0.8K^2d^2 + (A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} \times d - A_s \times f_{yd} \times d)K - A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} \times d' = 0$$

$$159667200K^2 - 24856920K - 6662040 = 0 \quad \Rightarrow K_1 = 0.297$$

$$\Rightarrow K_2 = -0.14$$

Poiché $K = y_c/d$ si deve avere $0 \le K \le 1$, quindi la soluzione $K_2 = -0.14$ non è accettabile e pertanto $K = K_1 = 0.297$

La deformazione dell'acciaio compresso vale dunque :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu}\frac{Kd - d'}{Kd} = 0.035\times\frac{0.297\times 180 - 30}{0.297\times 180} = 1.53°/_{00}$$

da cui si ricava il valore della tensione agente in A'_s

$$\sigma'_s = E_s\times\varepsilon'_s = 206\times 10^3\times 1053\times 10^{-3} = 315.2\ \text{N/mm}^2$$

Il momento ultimo si ottiene dall'equilibrio alla rotazione intorno a C

$$M_u = A_s\times f_{yd}\times(d - 0.4\times Kd) + A'_s\times\sigma'_s\times(04\times Kd - d') =$$
$$= 963\times 3743(180 - 0.4\times 0.297\times 180) + 308\times 315.2\times(0.4\times 0.297\times 180 - 30) =$$
$$= 57.1\times 10^6 - 0.83\times 10^6 = 56.27\times 10^6\ \text{N - mm} = 56.27\ \text{kN - m}$$

2) Valutazione della forza P_d

$$G_d\times\frac{L^2}{8} + P_d\times\frac{L}{4} = M_u$$

$$P_d = \frac{8M_u - G_d\times L^2}{2L} = \frac{8\times 56.27 - 20\times 4^2}{2\times 4} = 16.27\ \text{kN}$$