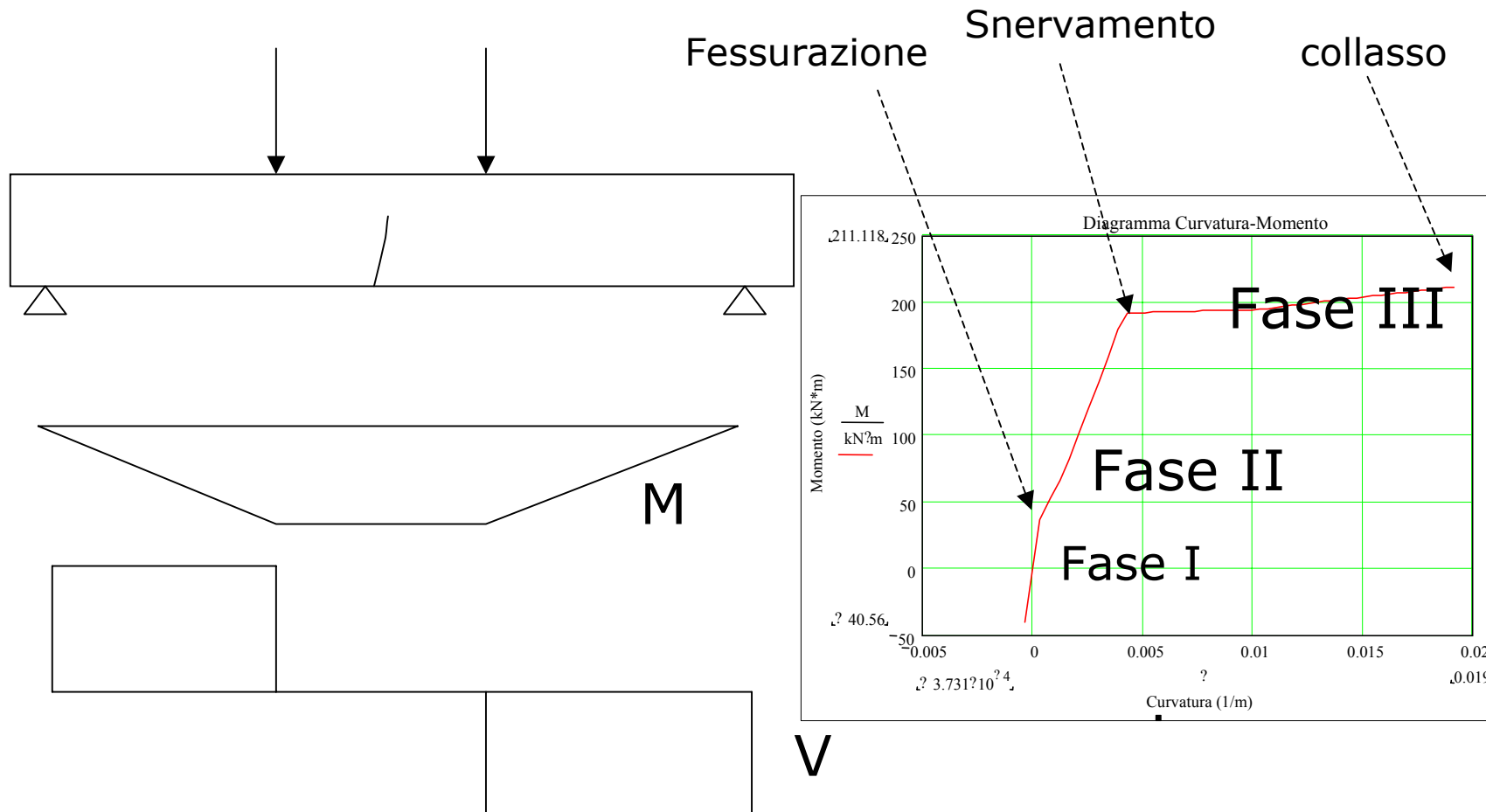


Le strutture in cemento armato

Ipotesi di calcolo

Prova di una trave in c.a.

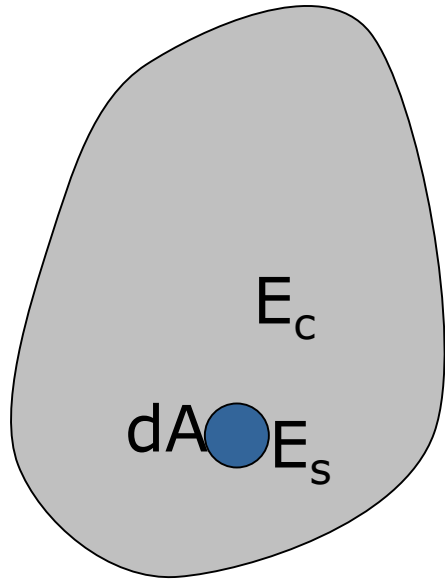


Calcolo in fase elastica di elementi inflessi

Ipotesi:

1. Il calcestruzzo compresso è lineare elastico con modulo E_c
2. Il calcestruzzo teso ha resistenza nulla
3. L'acciaio è lineare elastico con modulo E_s
4. Vi è perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo, cioè nella stessa fibra $\varepsilon_s = \varepsilon_c$
5. Le sezioni inflesse rimangono piane

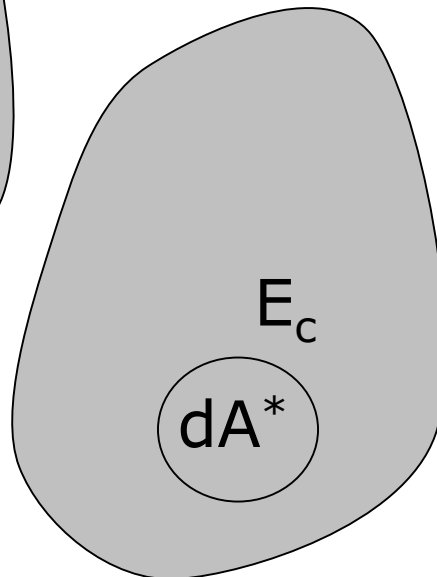
Omogeneizzazione



$$dF = \epsilon E_s dA = \epsilon E_c \frac{E_s}{E_c} dA = \epsilon E_c dA^*$$

dove

$$dA^* = \frac{E_s}{E_c} dA$$



Il rapporto $n = \frac{E_s}{E_c}$

È detto coefficiente di omogeneizzazione

Omogeneizzazione (2)

L'acciaio (teso o compresso) si può sostituire con un'area di calcestruzzo amplificata del fattore $n = E_s / E_c$.

Sebbene il rapporto tra i moduli istantanei $E_s / E_c \approx 6$, per tenere conto degli effetti delle deformazioni viscosi, si assume convenzionalmente $n = 15$

Compressione centrata

In questo caso la deformazione della sezione è uniforme ε_0 . La sezione è interamente compressa ed il calcestruzzo reagente. La risultante delle tensioni risulta pertanto:

$$N = \int_{A_c} \varepsilon_0 E_c dA + \sum_{i=1}^{n_a} \varepsilon_0 E_s A_{si} = \varepsilon_0 E_c \left(A_c + \frac{E_s}{E_c} \sum_{i=1}^{n_a} A_{si} \right)$$
$$= \sigma_c \left(A_c + n \sum_{i=1}^{n_a} A_{si} \right) = \sigma_c A_c^*$$

dove $\sigma_c = \varepsilon_0 E_c$ e $A_c^* = A_c + n \sum_{i=1}^{n_a} A_{si}$

È l'area della sezione omogeneizzata

Compressione centrata (2)

$$N = \sigma_c A_c^*$$

Da questa segue che $\sigma_c = \frac{N}{A_c^*}$

La tensione nel calcestruzzo si ottiene dividendo la forza per l'area della sezione omogeneizzata

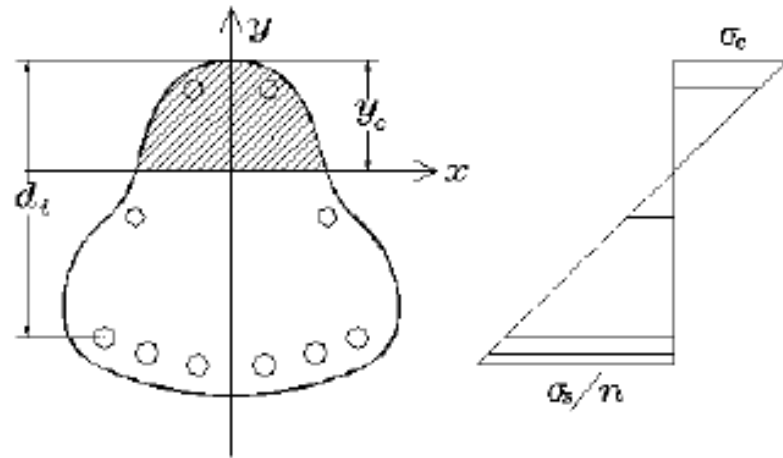
$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{N}{E_c A_c^*} \quad \text{Quindi} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_0 = \frac{E_s}{E_c} \sigma_c = n \sigma_c$$

La tensione nell'acciaio è n volte quella nel calcestruzzo

Flessione

Quando la sezione è inflessa una parte del calcestruzzo è teso e quindi non è reagente: l'asse neutro separa la parte di sezione compressa (reagente) da quella tesa (non reagente).

La sezione efficace è costituita dal calcestruzzo compresso e dall'acciaio.



Flessione retta

Si ha flessione retta quando l'asse di sollecitazione coincide con uno degli assi principali d'inerzia della sezione. In questo caso l'asse neutro è ortogonale all'asse di sollecitazione.

In generale gli assi di inerzia della sezione parzializzata non coincidono con quelli della sezione intera; questo avviene solo se la sezione ha un asse di simmetria

Flessione retta (2)

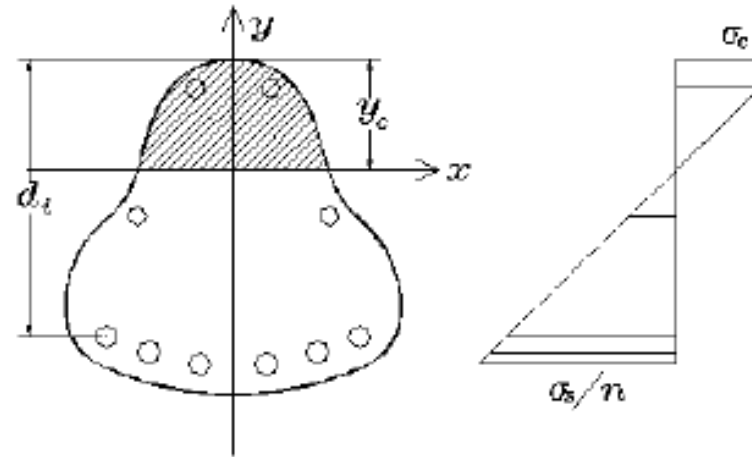
Per la conservazione delle sezioni piane $\varepsilon = \theta y$
e, per il calcestruzzo compresso, $\sigma_c = E_c \varepsilon = E_c \theta y$
Mentre per la i-esima barra di acciaio

$$\sigma_{si} = E_s \varepsilon = E_s \theta (y_c - d_i)$$

Per l'equilibrio alla traslazione

$$N = \int_{\bar{A}_c} \sigma_c dA + \sum_i \sigma_{si} A_{si} = \theta E_c \left[\int_{\bar{A}_c} y dA + \frac{E_s}{E_c} \sum_i (y_c - d_i) A_{si} \right] = 0$$

\bar{A}_c indica l'area del cls compresso



Flessione retta (3)

Dall'ultima equazione si deriva che

$$S_n^* = \int_{A_c} y dA + n \sum_i (y_c - d_{si}) A_{si} = 0$$

Ossia che il momento statico relativo all'asse neutro della sezione reagente omogeneizzata; quindi l'asse neutro passa per il baricentro della sezione omogeneizzata.

$$\begin{aligned} M &= \int_{A_c} \sigma_c y dA + \sum_i \sigma_{si} (y_c - d_{si}) A_{si} = \\ &= \frac{\sigma_{c \max}}{y_c} \left[\int_{A_c} y^2 dA + n \sum_i (y_c - d_i)^2 A_{si} \right] = \sigma_{c \max} \frac{J_n^*}{y_c} \end{aligned}$$

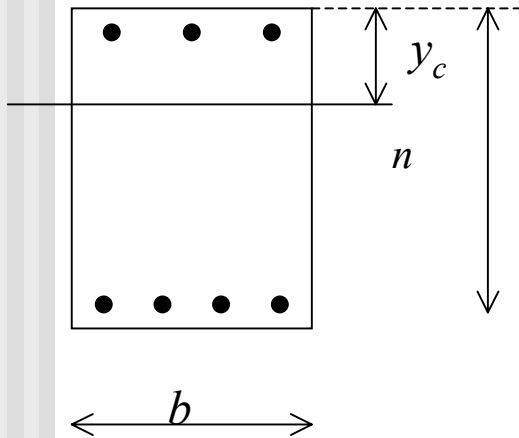
Flessione retta (4)

$$\sigma_{c \max} = \frac{M}{J_n^*} y_c \Rightarrow \varepsilon_{c \max} = \frac{M}{E_c J_n^*} y_c \Rightarrow \theta = \frac{\sigma_{c \max}}{y_c} = \frac{M}{E_c J_n^*}$$

$$\sigma_{si} = E_s \varepsilon_{si} = E_s \theta (y_c - d_{si}) = \frac{E_s}{E_c} \frac{J_n^s}{J_n^*} M (y_c - d_{si}) = n \frac{M}{J_n^*} (y_c - d_{si})$$

J_n^* è il momento di inerzia relativo all'asse neutro della sezione reagente omogeneizzata

Sezione rettangolare



$$S_n^* = \frac{1}{2} b y_c^2 + n \sum_i A_{si} (y_c - d_{si}) = 0$$

$$y_c^2 + y_c \left(2 \frac{n}{b} \sum_i A_{si} \right) - 2 \frac{n}{b} \sum_i A_{si} d_{si} = 0$$

$$A_{\text{stot}} = \sum_i A_{si} \quad d_{Gs} = \frac{\sum_i A_{si} d_{si}}{A_{\text{stot}}}$$

$$y_c^2 + 2 y_c \frac{n}{b} A_{\text{stot}} - \frac{2n}{b} d_{Gs} A_{\text{stot}} = 0 \Rightarrow$$

$$y_c = \frac{n A_{\text{stot}}}{b} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b d_{Gs}}{n A_{\text{stot}}}} \right)$$

Sezione rettangolare (2)

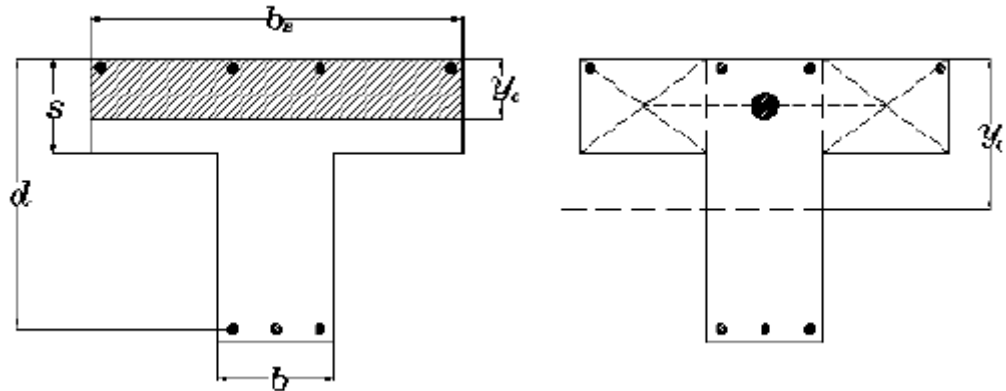
Momento d'inerzia

$$J_n^* = \frac{1}{3}by_c^3 + n \sum_i (y_c - d_{si})^2 A_{si}$$

Tensione massima nei cls e nelle barre

$$\sigma_c = \frac{M}{J_n^*} y_c \qquad \sigma_{si} = n \frac{M}{J_n^*} (y_c - d_{si})$$

Sezione a T



Sono possibili due casi:

1. $y_c < s$; l'asse neutro taglia la soletta e la sezione si comporta come rettangolare con $b = b_s$
2. $y_c > s$; le ali sono equivalenti ad un'area di acciaio $A_{se} = (b_s - b) * s / n$ e $d_{se} = s / 2$; la sezione si assume rettangolare con base = b

Pressione e flessione

Sulla sezione agisce una forza di compressione N ed un momento M .

Come polo di riduzione si prende normalmente il baricentro della sezione intera di cls (non fessurata e non tenendo conto dell'acciaio).

Se l'asse neutro è esterno alla sezione questa è tutta compressa e reagente: assumendo che il baricentro della sezione omogenizzata coincida con quello del solo cls, questo si verifica se:

$$\sigma_{\min} = \frac{N}{A^*} + \frac{M}{J_G^*} y_{\min} \geq 0$$

Nocciolo

A^* è l'area dell'intera sezione omogenizzata

J_G^* è il momento d'inerzia baricentrico della stessa sezione

y_{\min} è l'ascissa del punto meno compresso della sezione

Ponendo $M=Ne$ la precedente condizione equivale a:

$$\frac{N}{A^*} \left(1 - \frac{eA^*}{J_G^*} |y_{\min}| \right) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad e \leq \frac{\rho^{*2}}{|y_{\min}|} \quad \rho^{*2} = \frac{J_G^*}{A^*}$$

Giratore d'inerzia